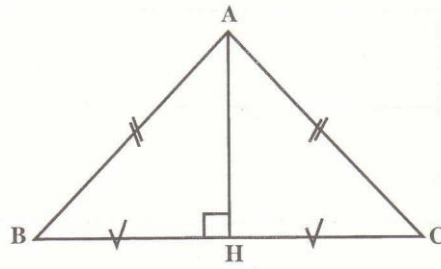


حل التمرين 18

الشكل :



(1) نبينه أن $S^2 = \frac{AH^2 \times BC^2}{4}$

في المعطيات نعلم أن المثلث ABC متساوي الساقين في A وأن النقطة H هي المسقط العمودي للنقطة A على (BC) إذن ارتفاع AH موافق للضلع [BC] في المثلث ABC ومنه

فإن مساحة المثلث ABC هي : $S_{ABC} = \frac{AH \times BC}{2}$

أي أن $S_{ABC}^2 = \frac{AH^2 \times BC^2}{4}$

(2) حساب AH^2 بدلالة AB^2 و BC^2 :

بما أن (AH) عمودي على (BC) في H .

فإن المثلث ABH قائم الزاوية في H ومنه حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة لدينا : $AB^2 = AH^2 + BH^2$ ونعلم أن المثلث ABC متساوي الساقين في A وأن H هي المسقط العمودي للنقطة A على (BC) .

إذن النقطة H تمثل كذلك منتصف [BC]

ومنه فإن $BH = \frac{BC}{2}$ أي $BH^2 = \frac{BC^2}{4}$

وبالتالي فإن : $AH^2 = AB^2 - \frac{BC^2}{4}$ أي $AH^2 = \frac{4AB^2 - BC^2}{4}$

$$(3) \text{ استنتاج أن } S^2 = \frac{BC^2 \times AB^2}{4} - \frac{BC^4}{16}$$

حسب جواب السؤال (1) نعلم أن

$$(أ) \quad S^2 = \frac{AH^2 \times BC^2}{4}$$

وحسب جواب السؤال (2) نعلم أن:

$$(ب) \quad AH^2 = \frac{4 AB^2 - BC^2}{4}$$

إذن من العلاقتين (أ) و (ب)

$$S^2 = \frac{\left(\frac{4AB^2 - BC^2}{4}\right) \times BC^2}{4} \quad \text{نستنتج أن :}$$

$$S^2 = \frac{4 AB^2 \times BC^2 - BC^2 \times BC^2}{4 \times 4} \quad \text{تعني أن}$$

$$S^2 = \frac{4 AB^2 \times BC^2}{16} - \frac{BC^4}{16} \quad \text{أي أن}$$

$$S^2 = \frac{AB^2 \times BC^2}{4} - \frac{BC^4}{16} \quad \text{أي}$$