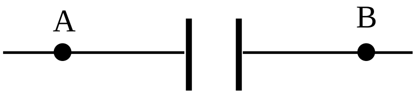
I ثنائي القطب RC :

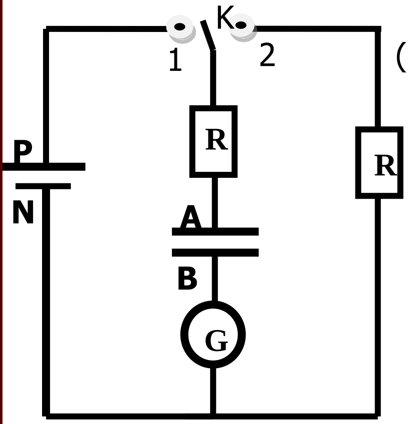
1. تعريف المكثف :

يتألف المكثف من صفيحتين معدنيتين (لبوسين) ، يفصل بينهما عازل كهربائي .



ملحوظة

تختلف المكثفات بالإختلاف العازل الإستقطابي (ورق، ميكا، زجاج ،خزف ، هواء)



2. شحن وتفريغ المكثف

أ. نشاط تجريبي

نعتبر التركيب التجريبي المكون من :

- موصل أومي مقاومته **R** وقاطع للتيار **K**
- مولد مؤمثل للتيار غالفانومتر **G**

نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع 1

ملاحظات و تفسير

نلاحظ ظهور تيار كهربائي في الدارة خلال وقت وجيز ليصل إلى قيمة قصوية ثم ينعدم . نسمي هذا التيار تيار الشحن i_C

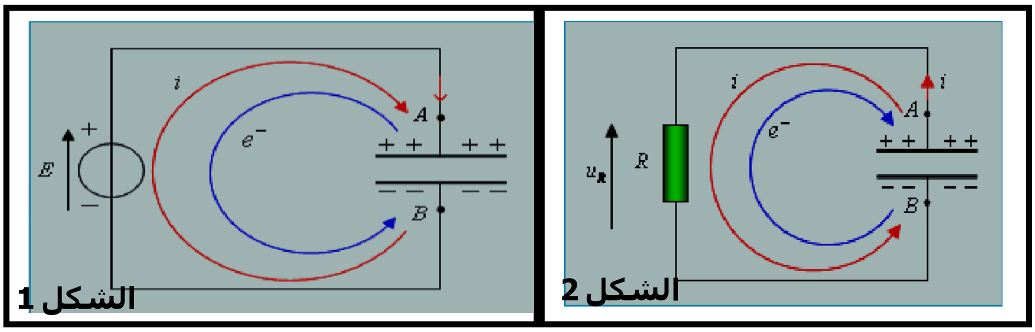
تتحرك الإلكترونات الحرة من اللبوس A إلى اللبوس B، ويظهر ذلك على شكل تياركهربائي . ولأن الإلكترونات لا تستطيع إجتياز العازل ، تتراكم الشحن على اللبوسين حيث تظهر q_A شحن موجبة على اللبوس A و شحن سالبة على اللبوس B q_B شكل 1 حيث $q_A = -q_B$ بالتالي انعدام التيار الكهربائي عند شحن المكثف

نؤرجح قاطع التيار غلى الموضع 2

ملاحظات وتفسير

- نلاحظ مرور تيار كهربائي في المنحى المعاكس لتيار الشحن يسمى تيار التفريغ i_d الشكل2

تتحرك الإلكترونات من اللبوس B إلى اللبوس A إلى أن تنعدم شحنة المكثف وبالتالي التيار الكهربائي .

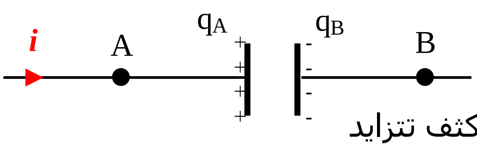


الشكل 1 | الشكل 2

ب. جبرية شدة التيار

وجود تيارين كهربائين لهما منحيين متعاكسين يستلزم :

- إختيار منحى إصطلاحي موجب للتيار
- تجبير شدة التيار الكهربائي



خلال الشحن تكون شدة تيار الشحن موجبة $i \rangle 0$. لأن شحنة المكثف تتزايد

خلال عملية التفريغ تكون شدة تيار التفريغ سالبة $i \langle 0$ لأن شحنة المكثف تتناقص .

3. علاقة شحنة المكثف بالتيارالكهربائي :

كمية الكهرباء تتغير في اللبوسين بنفس المقدار و بإشارتين مختلفتين.
شدة التيار الكهربائي هي صبيب الشحن الكهربائية ، وهي كمية الكهرباء التي تصل إلى لبوس المكتف في وحدة الزمن ونعبر عن دلك رياضيا بالعلاقة التالية $i(t) = \frac{dq_A(t)}{dt}$

q_A شحنة اللبوس و حدتها الكلوم رمزها C

dt الزمن وحدته الثانية رمزه s و $i(t)$ التيار الكهربائي وحدته الأمبير رمزه A

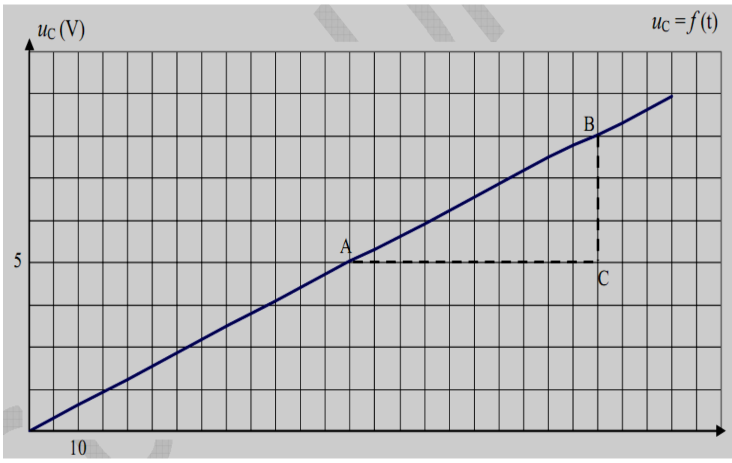
ملحوظة

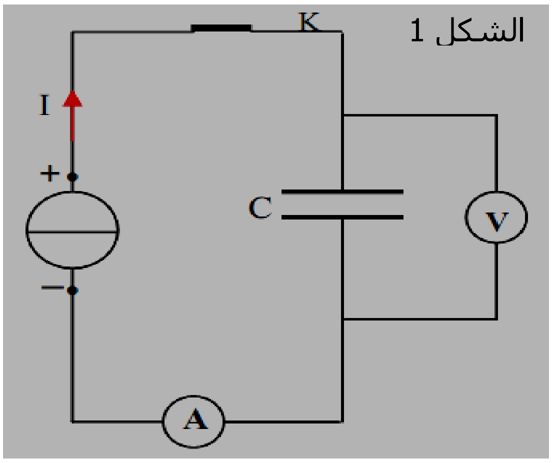
بالنسبة للتيار المستمر $I = \frac{Q}{\Delta t}$ حيث Q هي كمية الكهرباء و Δt المدة الزمنية

علاقة شحنة المكثف بالتوتر بين مربطي المكثف :

ننجز التركيب التجريبي الشكل 1 المكون من:
مولد مؤمثل للتيارحيث يعطي قيمة ثابتة للتيار I نضبط شدة التيار على القيمة I=0,3mA
نقيس التوتر بين مربطي المكثف في لحظات مختلفة وندون النتائج المسجلة في الجدول

t (s)	0	10	20	30	40	50	60	70
u_C (V)	0	0,62	1,24	1,85	2,49	3,09	3,71	4,33
t (s)	80	90	100	110	120	130	140	
u_C (V)	4,93	5,57	6,18	6,78	7,33	7,93	8,92	





- تغيرات التوتر بدلالة الزمن عيارة عن دالة خطية تمر من أصل المعلم تعبيرها $U_C = at$ 1
حيث $a = 7{,}7.10^{-2} V/S$ المعامل الموجه للمنحنى
- نظريا عند اللحظة t يكتسب المكثف شحنة $Q = \frac{I}{t}$ 2
- من العلاقتين 1 و 2 نستنتج $\frac{Q}{U_C} = \frac{I}{a}$ و بالتالي: $Q = \frac{I}{a} U_C$
- نسمي المقدار $\frac{I}{a}$ سعة المكثف و نرمز لها بالرمز C إذن: $C = \frac{I}{a}$
- باستغلال المنحنى وقيمة المعامل الموجه نجد : $C \approx 4.10^{-3} F$

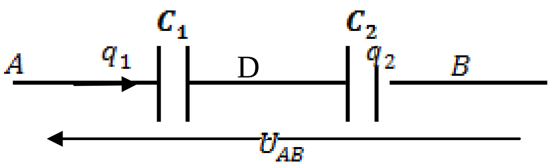
إستنتاج:

تتناسب الشحنة Q للمكثف مع التوتر U_C بين مربطيه $Q = C * U_C$
C سعة المكثف وحدتها الفاراد رمزه F و
U_C التوتر بين مربطي المكتف وحدته الفولط (V) و Q شحنة المكتف وحدتها الكولوم رمزه C

ملحوظة

الفاراد وحدة كبيرة ولهذا نستعمل $\mu F = 10^{-6}F$ و $nF = 10^{-9}F$ و $mF = 10^{-3}F$

II تجميع المكثفات



1. التجميع على التوالي

نركب على التوالي مكثفين أنظر التركيب جانبه

بتطبيق قانون إضافية التوترات نجد $U_{AB} = U_{AD} + U_{DB}$

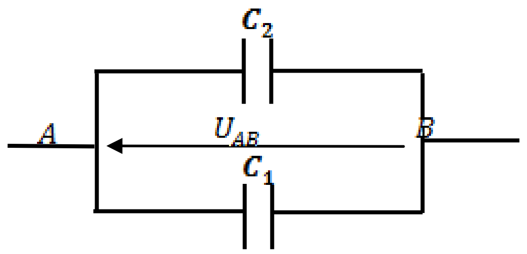
يمر في المكثفين نفس التيار الكهربائي أي يشحنا نفس الشحنة الكهربائي $i_1 = i_2 \Leftrightarrow q_1 = q_2$

باستغلال العلاقة $U_{AD} = \frac{q_1}{C_1}$ و $U_{BD} = \frac{q_2}{C_2}$ يكتب تعبير السعة المكافئة على الشكل التالي: $\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

تعميم

سعة المكثف المكافئ لتجميع n المكثف على التوالي هي: $\frac{1}{q_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_1} + \cdots \frac{1}{C_n}$

فائدة التركيب يمكن هذا التركيب من الحصول على مكثف ذات سعة صغيرة مع تطبيق توتر عال قد لا يتحمله كل واحد على حدى



2. التجميع على التوازي

نركب على التوازي مكثفين أنظر التركيب جانبه

المكثفين مركبين على التوالي ادن : $q_{eq} = q_1 + q_2$

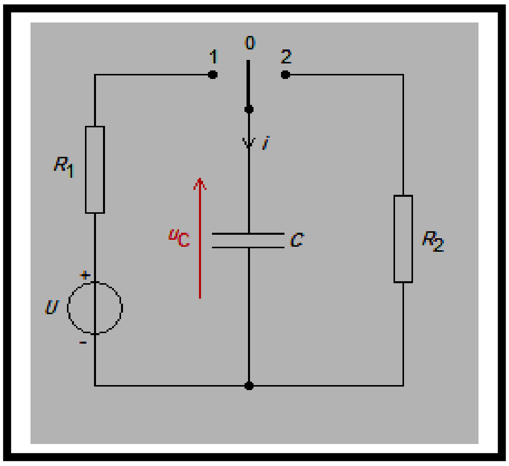
$q_2 = C_2U_{AB}$ $\qquad$ $q_1 = C_1U_{AB}$

نعبير السعة المكافئة في هذه الحالة $C_{eq} = C_1 + C_2$

تعميم

سعة المكثف المكافئ لتجميع n المكثف على التوالي هي: $C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 \dots C_n$

فائدة التركيب يمكن هذا التركيب من الحصول على مكثف ذات سعة كبيرة و بالتالي مع تطبيق توتر ضعيف نحصل على شحنة كهربائية عالية



III. إستجابة الدارة RC:

نشاط تجربي

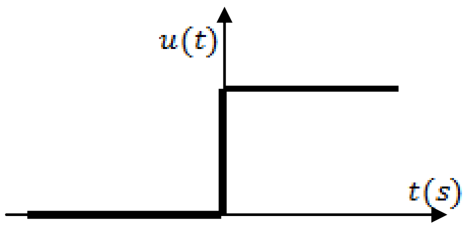
ننجز التركيب التجريبي التالي و المكون من:

مولد لتوتر المستمر ε قاطع للتيار K

مكثف سعته C موصل أومي R

1. ستجابة ثنائي القطب لرتبة صاعدة للتوتر

أ. معادلة الرتبة الصاعدة للتوتر وتمثيلها



تمثيل الرتبة الصاعدة

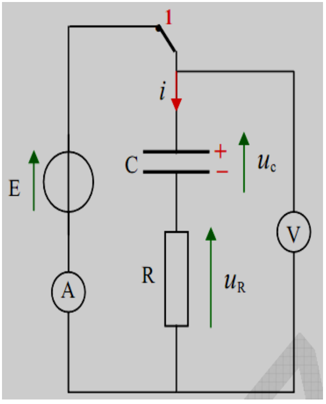
معادلة الرتبة الصاعدة

بالنسبة $t < 0$: $U(t) = 0$

بالنسبة $t > 0$: $U(t) = E$

ب. المعادلة التفاضلية :

المعادلة التفاضلية المميزة لعملية الشحن .



قانون إضافية التوترات : $u_G(t) = u_R(t) + u_C(t)$

بتطبيق قانون أوم نجد: $E = R.i(t) + u_C(t)$

نعلم $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$ ومنه $E = R\frac{dq(t)}{dt} + u_C(t)$

نعلم أن $q(t) = CU_C$ اذن: $E = R.C\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$

المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $E = R.C\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$

طبيعة المقدار RC

التحليل البعدي للمقدار τ=RC .

$$[R.C] = \left[\frac{u_R}{i}.\frac{q}{u_C}\right] = \left[\frac{q}{i}\right] = \left[\frac{i.t}{i}\right] = [t]$$

من البديهي أن يكون : $[u_R] = [u_C]$ $[dq] = [q]$ $[dt] = [t]$

منه الجداء RC له بعد زمني نسميه ثابتة الزمن ونرمز له ب τ .

ملحوظة معرفة قيمة τ تمكننا من معرفة المدة الزمنية التي شحن فيها المكثف أو الذي يفرغ فيها

حل المعادلة التفاضلية .

حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي $U_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$

نعوض الحل المقترح في المعادلة التفاضلية

نجد: $Ae^{-\alpha t}(-RC*\alpha+1)+B=E$ بما أن المقدار E ثابتة ادن لكي تتحقق هده المعادلة يجب أن يكون المقدار $Ae^{-\alpha t}(-RC*\alpha+1)+B$ ثابت وهدا غير ممكن إلا اذا كان المقدار $-RC*\alpha+1=0$ و بالتالي نجد:

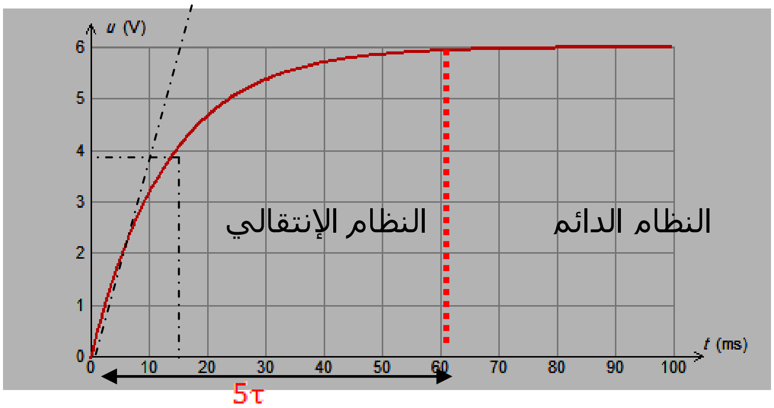
$\alpha = \frac{1}{RC}$ و $B = E$ و بالتالي : $U_C(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}} + E$

الشروط البدئية

عند اللحظة $t = 0S$ التوتر بين مربطي المكثف منعدم $U_C(0) = 0$ ومنه نجد : $A + E = 0 \Longrightarrow A = -E$

في الأخير : $U_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

تغيرات التوتر بين طرفي المكثف خلال عملية الشحن



تحديد ثابتة الزمن

الطريقة 1 العددية

الأفصول الذي يوافق τ $U_c(\tau) = 0{,}63E$

الأرتوب $0{,}63E$ أنظر المنحنى أعلاه

الطريقة 2 الهندسية

المماس للمنحنى في اللحظة $t = 0$ يقطع المقارب $U_c = E$ في اللحظة τ أنظر المنحنى

تغيرات شدة التيار المارة في الدارة خلال الشحن

من خلال قانون إضافية التوترات نجد

$U_C + U_R = E$ اذن: $U_R = -U_C + E$

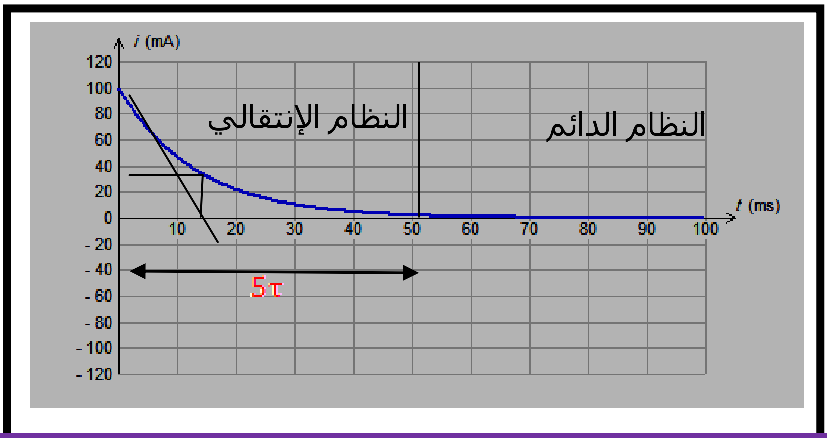
و منه: $u_R(t) = E\, e^{\frac{-t}{RC}}$

$$i(t) = \frac{u_R(t)}{R} = \frac{E}{R}\, e^{\frac{-t}{RC}} = I_0\, e^{\frac{-t}{RC}}$$

شدة التيار تتغير بشكل أسي

حالات خاصة

$i(0) = \frac{E}{R} = I_0 \; ; i(\infty \approx 5\tau) = 0$



تغيرات الشحنة بدلالة الزمن

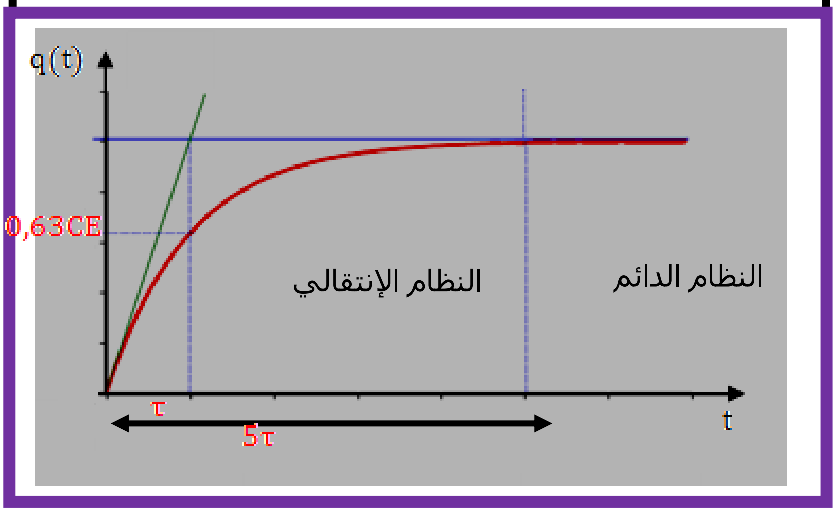
لدينا : $q_A(t) = C.u_C(t)$

و $u_C(t) = E\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$

$q_A(t) = CE\left(1 - e^{\frac{-t}{RC}}\right)$

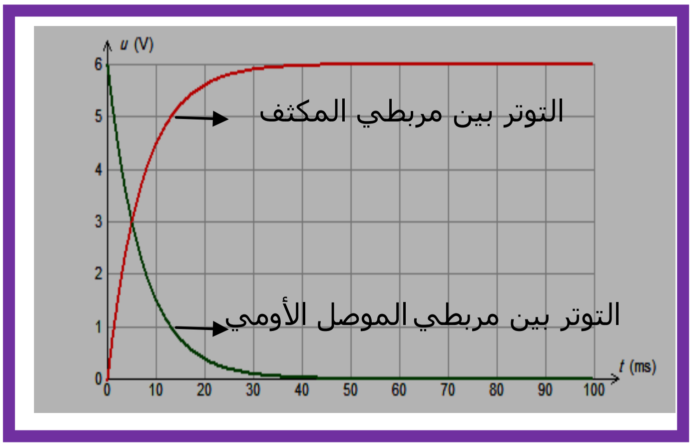
حالات خاصة

$q(0) = 0$ و $q(\infty \approx 5\tau) = CE$



ملحوظة هامة

منحنى تغيرات التوتر بين مربطي الموصل الأومي و بين مربطي المكثف



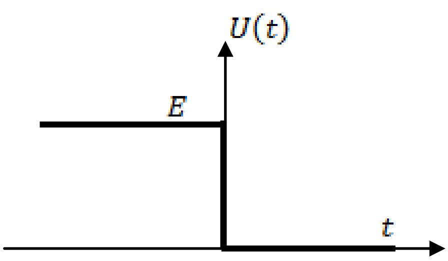
2. استجابة ثنائي القطب لرتبة نازلة للتوتر

أ. معادلة الرتبة النازلة للتوتر وتمثيلها

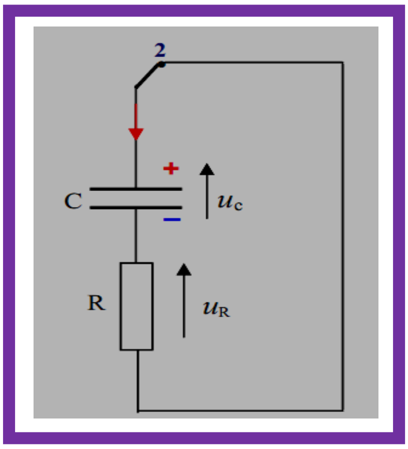
معادلة الرتبة النازلة لتوتر

بالنسبة $t < 0$: $U(t) = E$

بالنسبة $t > 0$: $U(t) = 0$



معادلة الرتبة النازلة لتوتر



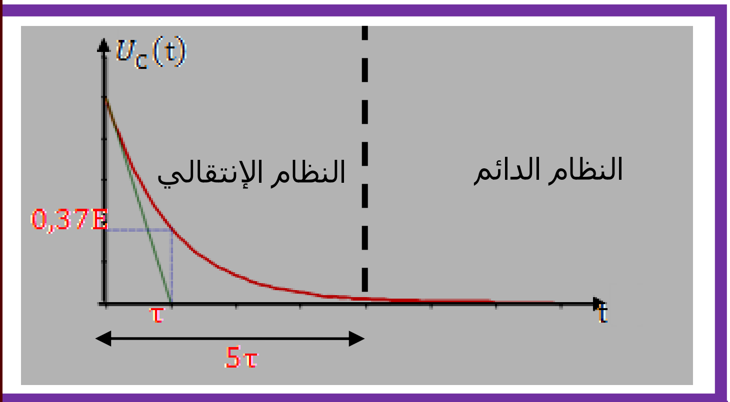
ب. المعادلة التفاضلية :

المعادلة التفاضلية المميزة لعملية التفريغ
بالاعتماد على قانون إضافية التوترات $U_C + U_R = 0$
المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل التالي $U_C(t) = Ae^{-\alpha t} + B$
نعوض الحل المقترح في المعادلة التفاضلية
نجد: $Ae^{-\alpha t}(-RC * \alpha + 1) + B = 0$ لكي تتحقق هده المعادلة
يجب أن يكون المقدار $Ae^{-\alpha t}(-RC * \alpha + 1) = 0$ وبالتالي $B = 0$
وهدا غير ممكن إلا اذا كان المقدار $-RC * \alpha + 1 = 0$ و بالتالي نجد:
$\alpha = \frac{1}{RC}$ و $B = 0$ و بالتالي : $U_C(t) = Ae^{-\frac{t}{RC}}$

الشروط البدئية

عند اللحظة $t = 0S$ التوتر بين مربطي المكثف $U_C(0) = E$ ومنه نجد : $A = E$
ادن المعادلة التفاضلية التوتر بدلالة الزمن هي $U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}}$ التوتر يتغير بشكل أسي مع الزمن

التوتر بين مربطي المكثف خلال عملية التفريغ



لدينا $U_C(t) = Ee^{-\frac{t}{RC}}$

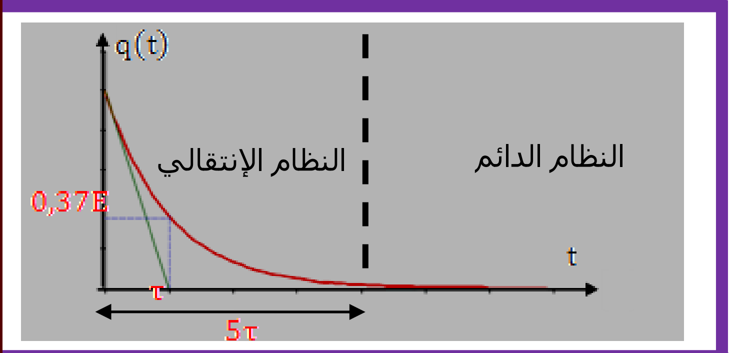
حالات خاصة

$U_c(o) = E$ و $U_c(\infty \approx 5\tau) = 0$

تحديد ثابتة الزمن

الطريقة 1 $U_c(\tau) = 0{,}37E$ الأفصول الذي T يوافق الأرتوب $0{,}37E$

الطريقة 2 الماس للمنحنى في اللحظة $t = 0$ يقطع محور الأفاصيل في اللحظة τ أنظر الشكل



شحنة المكثف خلال عملية التفريغ

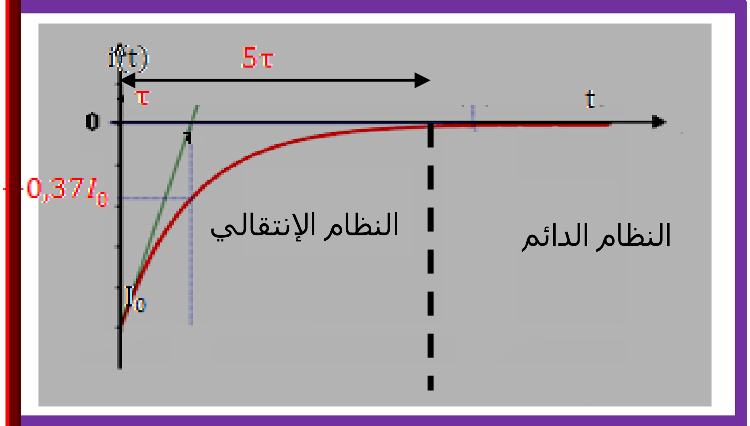
لدينا $q_A(t) = C.u_C(t)$ و $u_C(t) = E\,e^{\frac{-t}{RC}}$

وبالتالي: $q_A(t) = CE\,e^{\frac{-t}{RC}}$

الشحنة تتغير خلال الزمن بشكل أسي

حالات خاصة

$q(o) = CE$ و $q(\infty \approx 5\tau) = 0$



تغيرات شدة التيار خلال عملية التفريغ

لدينا $u_R(t) = -E\,.e^{\frac{-t}{RC}}$

حسب قانون أوم $U_R = R.i(t)$ نجد:

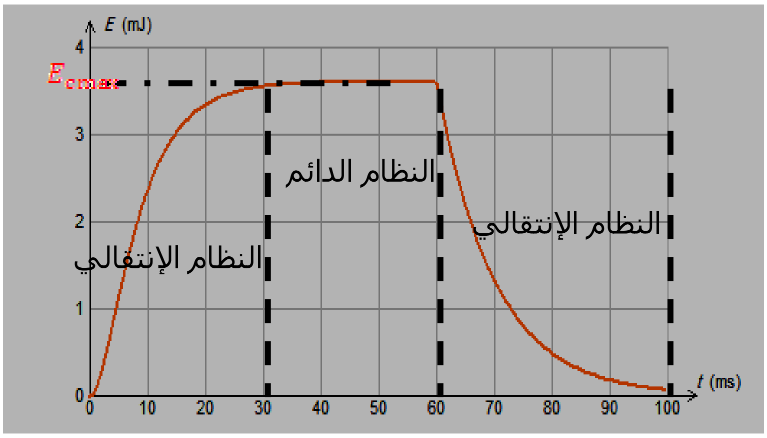
$$i(t) = \frac{u_R}{R} = -\frac{E}{R}\,.e^{\frac{-t}{RC}}$$

شدة التيار تتغير بشكل أسي بدلالة الزمن

IV الطاقة المخزونة في مكثفة :

الطاقة المخزونة في المكثف تتغير بشكل أسي في حالة التفريغ و الشحن
شحن وتفريغ الطاقة لا يمكن أن يكون لحظيا
. فالطاقة المخزونة في المكثف عبارة عن مقدار مستمر أي التوتر بين مربطي المكثف كذلك مستمر
يخزن المكثف طاقة عند شحن يمكن استرجاعها عند الحاجة و تعبيرها : $E_C(t) = \frac{1}{2} C.U_C^2$

تغيرات الطاقة المخزونة في المكثف خلال عملية الشحن والتفريغ



الطاقة القصوية المخزونة في المكثف

$E_{cmax} = 3{,}6mJ$