المادة : الفيزياء والكيمياء	المستوى : 2 علوم تجريبية مسلك علوم الحياة والأرض
المحور : الكهرباء	الدرس : (V) ثنائي القطب RC
أستاذ المادة : مصطفى قشيش	المؤسسة : ثانوية بلال بن رباح التأهيلية – تمارة

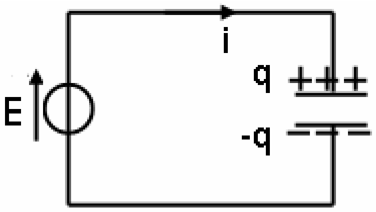
1) المكثفات :

1-1) وصف المكثف:

* المكثف ثنائي قطب يتكون من موصلين متقابلين، نسميهما لبوسي المكثف، و يفصل بينهما عازل استقطابي.

* رمز المكثف : نرمز للمكثف بخطين متوازيين

* للمكثفات أشكال و أحجام مختلفة.



2-1) شحنتا اللبوسين:

يشحن المكثف عند ربطه بقطبي مولد كهربائي، بحيث تتراكم الشحن باللبوسين، ويحمل اللبوس المرتبط بالقطب الموجب للمولد شحنة إجمالية موجبة نرمز لها بالرمز q مع $q = q_A = -q_B$.

* تعريف : شحنة المكثف أو كمية الكهرباء المخزونة في مكثف، هي شحنة اللبوس الموجب للمكثف. ووحدتها في S.I الكولوم C.

3-1) العلاقة بين الشحنة q وشدة التيار i:

* تعريف : شدة التيار الكهربائي هي صبيب الشحنات الكهربائية، أي كمية الكهرباء التي تصل إلى لبوس المكثف في الثانية.

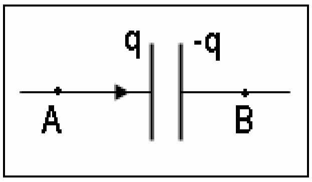
* حالة التيار المستمر:

تكون I_0 شدة التيار ثابتة، تعبيرها هو: $\boxed{I_0 = \frac{q}{\Delta t}} = cte \Leftrightarrow q = I_0\,\Delta t$.

* حالة التيار المتغير:

إذا تغيرت شحنة اللبوس A لمكثف بالمقدار dq خلال مدة قصيرة جدا dt، فتكون شدة التيار اللحظية هي : $\boxed{i = \frac{dq}{dt}}$.

* اصطلاح :نختار منحى موجبا على الدارة حيث يدخل من اللبوس A ذي الشحنة q.

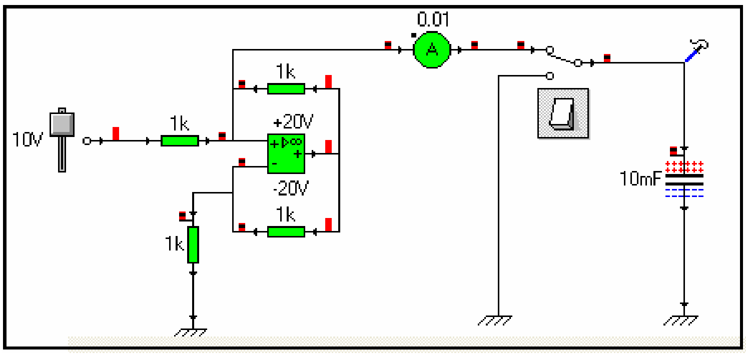


- إذا مر التيار وفق هذا المنحى، تزداد q شحنة اللبوس A، فتكون شدة التيار موجبة، أي : $i = \frac{dq}{dt} > 0$.

- إذا مر التيار في المنحى المعاكس، تنقص q شحنة اللبوس A، فتكون شدة التيار سالبة، أي : $i = \frac{dq}{dt} > 0$.

4-1) العلاقة بين الشحنة q والتوتر u:

* تجربة : شحن مكثف باستعمال مولد مؤمثل للتيار.



ننجز التركيب التجريبي جانبه، ونعاين على شاشة راسم التذبذب تغيرات التوتر U بين مربطي المكثف بدلالة الزمن t.

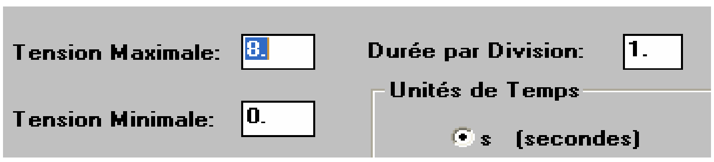
على المكثف سجلت القيمة 10 mF.

يعطي المولد تيارا ثابتا شدته $I_0 = 0{,}01\ A$.

نحصل على المنحنى التالي(الصفحة الموالية):

* ملاحظات:

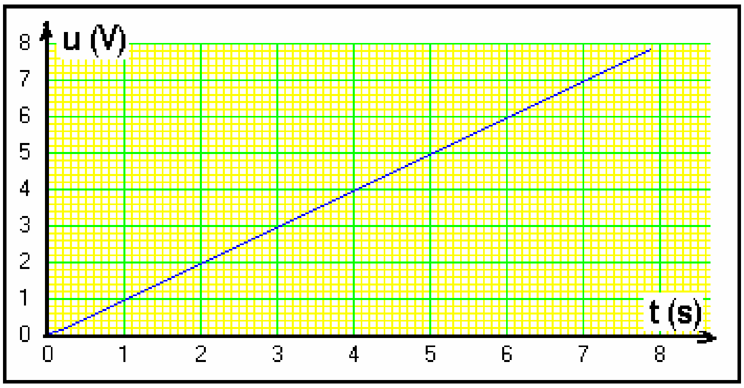
يتزايد التوتر بين مربطي المكثف بانتظام بدلالة الزمن، المنحنى الذي يمثل $u = f(t)$ خطي ويمر من أصل المعلم، تكتب معادلته على الشكل : $u = k\,t\quad(1)$ ، حيث k المعامل الموجه للمستقيم،



قيمته : $k = \frac{\Delta u}{\Delta t} = \frac{6-1}{6-1} = 1\ V.s^{-1}$

نعلم أن : $I_0 = \frac{q}{\Delta t} = \frac{q}{t-0} = \frac{q}{t}$ $(I_0 = cte)$، أي:

mk.1957@hotmail.com



$q = I_0 t \ (2)$. إذن $\frac{(2)}{(1)} = \frac{q}{u} = \frac{I_0 t}{k t} = \frac{I_0}{k} = cte$

نستنتج أن شحنة المكثف q تتناسب مع التوتر u بين مربطي المكثف:

نحسب معامل التناسب : $\frac{q}{u} = \frac{I_0}{k} = \frac{0,01}{1} = 0,01 \ (S.I)$

نضع $\frac{q}{u} = C$ ، ويصبح : $q = C u$.

نسمي معامل التناسب C سعة المكثف، و وحدتها في S.I الفاراد F.

المكثف المستعمل سعته $C = 0,01\ F = 10\ mF$.

* استنتاج : تتناسب الشحنة q للبوس المكثف مع التوتر بين مربطي المكثف، أي :

$$\boxed{q = C u}$$

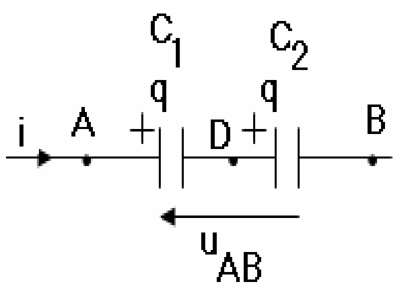
* أجزاء الفاراد: $mF\,;\mu F\,;nF\,;pF$.

* قيم سعات بعض المكثفات المتداولة : فضاء الفيزياء ش 15 ص 95 – المسار SVT الجدول ص 108 - المسار PC الجدول ص 105

5-1) تجميع المكثفات:

أ – التجميع على التوالي:

نركب على التوالي مكثفين سعتاهما C_1 و C_2 ، ونطبق بين مربطيهما توترا u_{AB}. في هذه الحالة يكون للمكثفين نفس الشحنة $q = q_1 = q_2$.



حسب قانون إضافية التوترات : $u_{AB} = u_{AD} + u_{DB}$ مع $u_{AD} = \frac{q_1}{C_1}$ و $u_{DB} = \frac{q_2}{C_2}$.

وبالتالي $u_{AB} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = q(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2})$ ، نضع $u_{AB} = \frac{q}{C}$ ، فنجد :

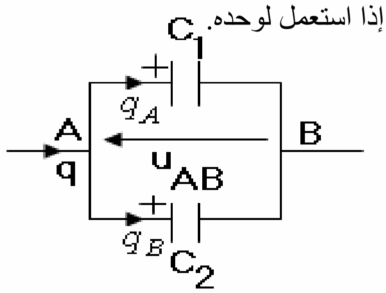
$$\boxed{\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}} \ .$$

* **نتيجة :** بصفة عامة، إن المكثف المكافئ لتجميع عدة مكثفات على التوالي مكثف تحقق سعته C العلاقة:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots\dots\dots + \frac{1}{C_n}$$

* **فائدة التركيب:** يستعمل هذا التركيب للحصول على مكثف يتحمل توترا عاليا قد لا يتحمله كل مكثف إذا استعمل لوحده.

ب - التجميع على التوازي:



نركب على التوازي مكثفين سعتاهما C_1 و C_2 ، فيكون نفس التوتر u بين مربطيهما.

حسب قانون العقد $q = q_1 + q_2$ مع $q_1 = C_1 u$ و $q_2 = C_2 u$

وبالتالي $q = (C_1 + C_2)u$ ، نضع $q = C u$ ، فنجد :

$$\boxed{C = C_1 + C_2} \ .$$

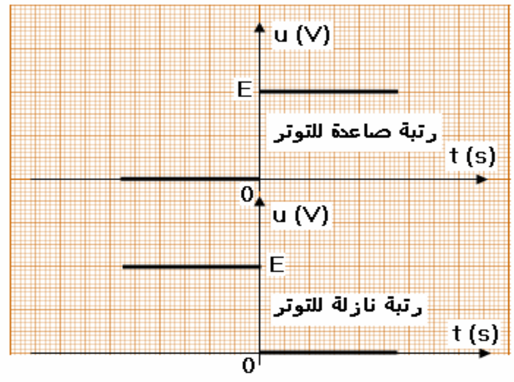
* **نتيجة :** بصفة عامة، إن المكثف المكافئ لتجميع عدة مكثفات على التوازي مكثف تحقق سعته العلاقة:

$$C = C_1 + C_2 + \dots\dots\dots + C_n$$

* **فائدة التركيب:** يستعمل هذا التركيب لتكبير السعة، وتخزين شحنة كبيرة باستعمال مكثفات ذات سعة صغيرة.

المادة : الفيزياء والكيمياء	المستوى : 2 علوم تجريبية مسلك علوم الحياة والأرض
المحور : الكهرباء	الدرس : V)) ثنائي القطب RC
أستاذ المادة : مصطفى قشيش	المؤسسة : ثانوية بلال بن رباح التأهيلية – تمارة

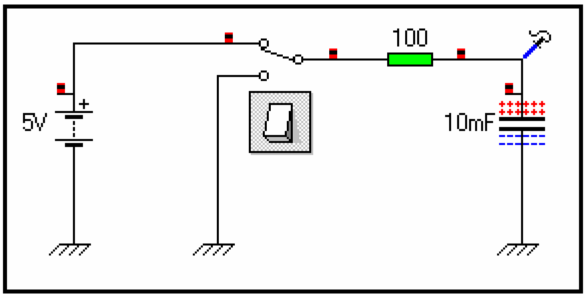
2) استجابة ثنائي القطبRC لرتبة التوتر(échelon de tension):



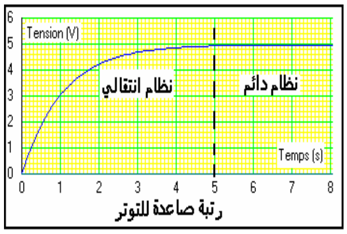
2-1) تعاريف:

* ثنائي القطب RC هو تجميع على التوالي لمكثف سعته C وموصل أومي مقاومته R.
* رتبة توتر هي إشارة كهربائية $u(t)$ و هي نوعان:
- رتبة صاعدة للتوتر ، تعرّف كالتالي:
بالنسبة لـ $t<0$: $u(t)=0$ و بالنسبة لـ $t>0$: $u(t)=E$.
- رتبة نازلة للتوتر ، تعرّف كالتالي:
بالنسبة لـ $t<0$: $u(t)=E$ و بالنسبة لـ $t>0$: $u(t)=0$.

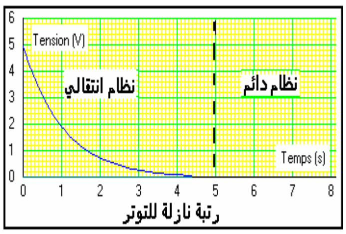
2-2) الدراسة التجريبية: استجابة التوتر بين مربطي مكثف



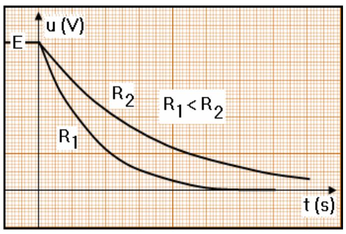
* التركيب التجريبي:
ننجز التركيب المبيّن جانبه، حيث: $E=5V$ و $R=100\Omega$ و $C=10\ mF$.
R و C قابلان للتغيير.
* شحن المكثف وتفريغه:
- نؤرجح قاطع التيار إلى الموضع 1 فيشحن المكثف، بواسطة راسم التذبذب نحصل على المنحنى في الشكل 1 الذي يمثل تغيرات التوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثف بدلالة الزمن.
- نؤرجح القاطع إلى الموضع 2 فيتفرغ المكثف، بواسطة راسم التذبذب نحصل على المنحنى في الشكل 2 الذي يمثل تغيرات التوتر $u_C(t)$ بين طرفي المكثف بدلالة الزمن.
* ملاحظات:
- المنحنى الممثل للدالة $u_C=f(t)$، منحنى متصل، يتزايد $u_C(t)$ خلال الشحن ويتناقص خلال التفريغ.
- يبرز منحنى تغيرات $u_C(t)$ وجود نظامين: + نظام انتقالي: يتغير خلاله التوتر $u_C(t)$ مع الزمن.
+ نظام دائم : تأخذ خلاله $u_C(t)$ قيمة ثابتة تساوي E عند الشحن و تساوي 0 عند التفريغ.
- تأثير R أو C على مدة الشحن أو مدة التفريغ:



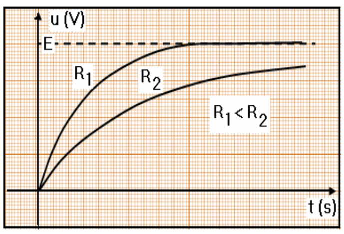
الشكل 1



الشكل 2



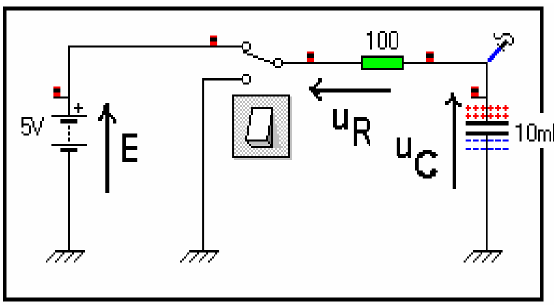
الشكل 3



الشكل 4

تتزايد مدة شحن أو تفريغ المكثف عندما تزداد قيمة R أو تزداد قيمة C ، أي عندما تزداد قيمة $\tau=RC$. (الشكلان 3 و4)

2-3) الدراسة النظرية لاستجابة التوتر:



2-3-1) استجابة RC لرتبة صاعدة للتوتر(شحن المكثف)

أ- المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف:
+ قانون إضافيات التوترات : $u_R+u_C=E\ \ (*)$ ،
+ قانون أوم : $u_R=Ri$ ، + العلاقة $i=\dfrac{dq}{dt}$ $\Leftarrow$ $u_R=R\dfrac{dq}{dt}$ ،
+ العلاقة : $q=Cu_c$ $\Leftarrow$ $u_R=RC\dfrac{du_C}{dt}$

mk.1957@hotmail.com

المادة : الفيزياء والكيمياء	المستوى : 2 علوم تجريبية مسلك علوم الحياة والأرض
المحور : الكهرباء	الدرس : V) ثنائي القطب RC
أستاذ المادة : مصطفى قشيش	المؤسسة : ثانوية بلال بن رباح التأهيلية – تمارة

نعوض تعبير u_R في العلاقة (*)، نحصل على : $RC\dfrac{du_C}{dt}+u_C=E$

نضع $\tau=RC$ تسمى ثابتة الزمن، فنحصل على المعادلة:

$\boxed{\tau\dfrac{du_c}{dt}+u_c=E}$ تسمى المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C خلال شحن المكثف

ب. حل المعادلة التفاضلية:

يكتب حل لمعادلة التفاضلية على الشكل : $u_c=Ae^{-\alpha t}+B$، حيث A و B و α ثوابت سوف نحددها.

* تحديد B و α بتعويض تعبيري $u_c=Ae^{-\alpha t}+B$ و $\dfrac{du_c}{dt}=-\alpha Ae^{-\alpha t}$ في المعادلة التفاضلية:

$RC(-\alpha Ae^{-\alpha t})+(Ae^{-\alpha t}+B)=E$ أي : $(1-\alpha RC)Ae^{-\alpha t}=E-B$

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما كانت قيمة t ($A\neq 0$)، يجب أن يكون معامل $e^{-\alpha t}$ منعدما $1-\alpha RC=0$

أي : $\alpha=\dfrac{1}{\tau}=\dfrac{1}{RC}$ وبالتالي : $B=E$ ، ومنه : $u_c(t)=Ae^{-t/\tau}+E$

* تحديد A باستعمال الشروط البدئية:

عند t = 0 ، يكون المكثف غير مشحون أي $u_c=0$.

نعوض في حل المعادلة: $u_C(0)=0=A+E$، يعني $A=-E$.

و هكذا يصبح حل المعادلة التفاضلية هو : $\boxed{u_c(t)=E(1-e^{-t/\tau})}$ مع $\tau=RC$

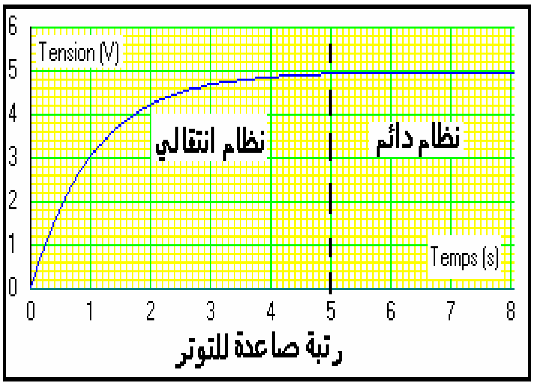
جـ - خط منحنى الدالة $u_C=f(t)$:

* عند $t=0$، $u_c(0)=E(1-e^{-0})=\underline{0}$

* عند $t=\tau$، $u_c(\tau)=E(1-e^{-1})=\underline{0{,}63E}=0{,}63\times 5=\underline{3{,}15V}$

* عند $t=\infty$، $u_c(\infty)=E(1-e^{-\infty})=\underline{E}$

يمثل المنحنى 1 تغيرات التوتر u_c بدلالة الزمن t ، و هي دالة متصلة عند اللحظة t = 0.



المنحنى 1

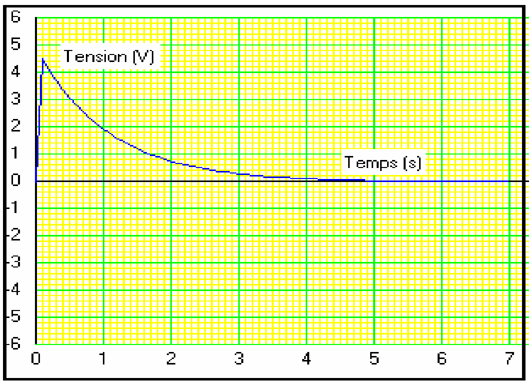
د ـ استجابة شدة التيار i:

لدينا : $i=\dfrac{dq}{dt}=C\dfrac{du_c}{dt}$ ، أي: $i(t)=C.\dfrac{E}{\tau}e^{(-t/\tau)}$ ومنه:

$$\boxed{i(t)=\frac{E}{R}e^{(-t/\tau)}}$$

على عكس الدالة $u_c(t)$، فإن الدالة $i(t)$ غير متصلة عند t = 0 ، لحظة إغلاق الدارة.

انظر المنحنى 2.



المنحنى 2

هـ - خاصيات ثابتة الزمن :

* التحقق من بعد τ بتحليل الأبعاد: لدينا $\tau=RC$:

- حسب قانون أوم بالنسبة لمستقبل: $u=Ri$ ، أي $R=\dfrac{u}{i}$ ومنه $[R]=\dfrac{[u]}{I}=[u]I^{-1}$.

- لدينا $C=\frac{q}{u}=\frac{I\,\Delta t}{u}$ ومنه $[C]=\frac{[I][\Delta t]}{[u]}=\frac{I\,T}{[u]}$. إذن: $[\tau]=[RC]=[R][C]=([u]I^{-1})\frac{IT}{[u]}=T$

نستنتج أن الثابتة $\tau=RC$ لها **بُعد** الزمن.

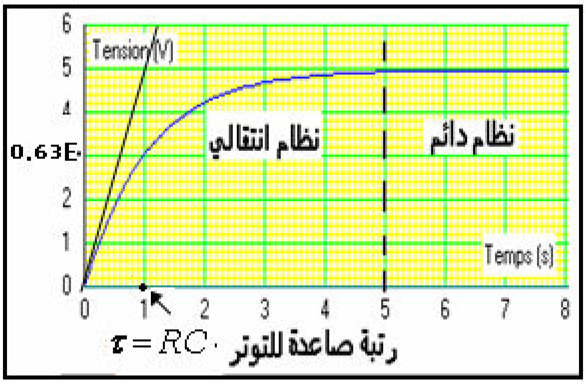
و - تحديد ثابتة الزمن:

حسابيا: بحساب الجداء RC ، بمعرفة قيمة كل من R وC.

مبيانيا: إذا توفرنا على المنحنى الممثل لتغيرات $u_c(t)$:

* نحسب $u_c(\tau)=E(1-e^{-1})=0{,}63\,E$ ، ثم نحدد الأفصول المناسب لهذا الأرتوب.

* أو نرسم المماس للمنحنى الممثل لتغيرات $u_c(t)$ عند t = 0 ، ثم نحدد أفصول نقطة تقاطع المماس والمقارب معادلته $u=E$.



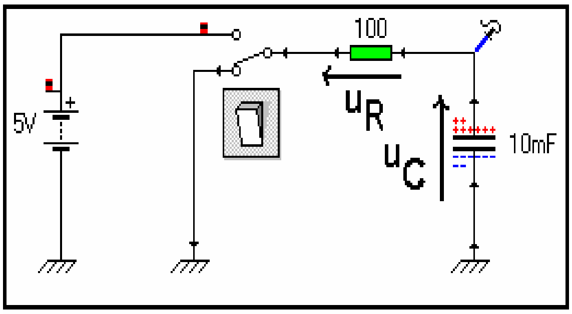
ز - تأثير ثابتة الزمن على تطور المجموعة:

- كلما كانت ثابتة الزمن كبيرة كلما أخذ المكثف وقتا أطول للشحن .

- $u_c(5\tau)=E(1-e^{-5})=0{,}99\,E$ ، عندما تكون $t=5\tau$ ، يشحن المكثف بنسبة 99%.

2-3-2) استجابة RC لرتبة نازلة للتوتر(تفريغ المكثف)

أ- تحديد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف:



+ قانون إضافيات التوترات : $u_R+u_C=0\;\;(*)$ ،

+ قانون أوم : $u_R=Ri$ ، + العلاقة $i=\frac{dq}{dt}$ $\Leftarrow$ $u_R=R\frac{dq}{dt}$ ،

+ العلاقة : $q=Cu_c$ $\Leftarrow$ $u_R=RC\frac{du_C}{dt}$

نعوض تعبير u_R في العلاقة (*)، نحصل على : $RC\frac{du_C}{dt}+u_C=0$

نضع $\tau=RC$ تسمى ثابتة الزمن، فنحصل على المعادلة:

$$\boxed{\tau\frac{du_c}{dt}+u_c=0}$$ تسمى المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C خلال تفريغ المكثف

ب. حل المعادلة التفاضلية:

يكتب حل المعادلة التفاضلية على الشكل : $u_c=Ae^{-\alpha t}+B$ ، حيث A و B و α ثوابت سوف نحددها.

* تحديد B و α بتعويض تعبيري $u_c=Ae^{-\alpha t}+B$ و $\frac{du_c}{dt}=-\alpha\,Ae^{-\alpha t}$ في المعادلة التفاضلية:

$$RC\,(-\alpha\,Ae^{-\alpha t})+(Ae^{-\alpha t}+B)=0$$ أي : $(1-\alpha RC)\,Ae^{-\alpha t}=-B$

لكي تتحقق هذه المعادلة مهما كانت قيمة t ($A\neq 0$)، يجب أن يكون معامل $e^{-\alpha t}$ منعدما $1-\alpha RC=0$

أي : $\alpha=\frac{1}{\tau}=\frac{1}{RC}$ وبالتالي : $B=0$ ، ومنه : $u_c(t)=Ae^{-t/\tau}$

* تحديد A باستعمال الشروط البدئية:

عند t = 0 ، يكون التوتر $u_c(0) = E$ ،

نعوض t = 0 في حل المعادلة: $u_C(0) = A$ ، يعني $A = E$.

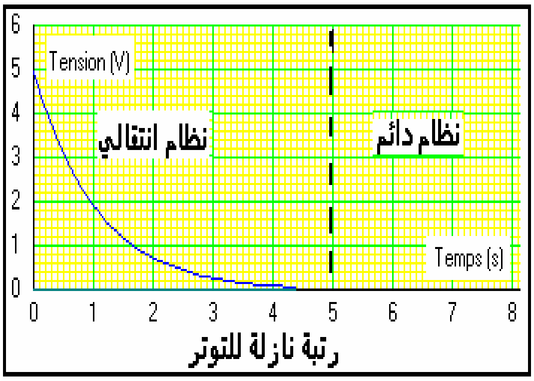
و هكذا يصبح حل المعادلة التفاضلية هو : $\boxed{u_c(t) = E\,e^{-t/RC}}$

جـ - خط منحنى الدالة $u_C = f(t)$:

* عند $t=0$ ، $u_c(0) = E\,e^{-0} = \underline{E}$

* عند $t=\tau$ ، $u_c(\tau) = Ee^{-1} = \underline{0{,}37\,E} = 0{,}37\times 5 = \underline{2{,}15\,V}$

* عند $t=\infty$ ، $u_c(\infty) = E\,e^{-\infty} = \underline{0}$



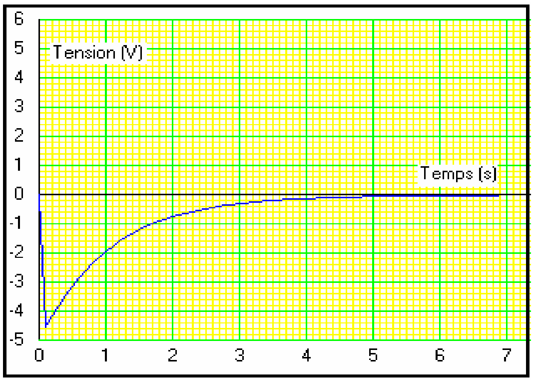
المنحنى 1

يمثل المنحنى 1 تغيرات التوتر u_c بدلالة الزمن t ، وهي دالة متصلة عند اللحظة t = 0.

د - استجابة شدة التيار i:

لدينا : $i = \dfrac{dq}{dt} = C\dfrac{du_c}{dt}$ ، أي: $i(t) = -C.\dfrac{E}{\tau}e^{(-t/\tau)}$ ومنه:

$$\boxed{i(t) = -\frac{E}{R}e^{(-t/\tau)}}$$



المنحنى 2

على عكس الدالة $u_c(t)$ ، فإن الدالة $i(t)$ غير متصلة عند t = 0 ، لحظة إغلاق الدارة.

انظر المنحنى 2.

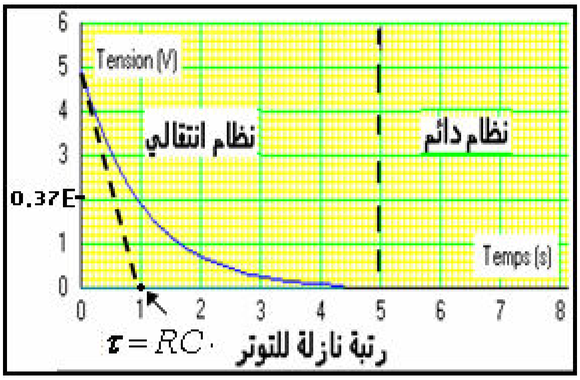
هـ - تحديد ثابتة الزمن:

حسابيا: بحساب الجداء RC ، إذا علمنا بقيمة كل من R و C.

مبيانيا: إذا توفرنا على المنحنى الممثل لتغيرات $u_c(t)$:

* نحسب $u_c(\tau) = Ee^{-1} = 0{,}37\,E$ ، ثم نحدد الأفصول المناسب لهذا الأرتوب.

* أو نرسم المماس للمنحنى الممثل لتغيرات $u_c(t)$ عند t = 0 ، ثم نحدد أفصول نقطة تقاطع المماس مع محور الزمن.



و - تأثير ثابتة الزمن على تطور المجموعة:

- كلما كانت ثابتة الزمن كبيرة كلما أخذ المكثف وقتا أطول للتفريغ.

- $u_c(4{,}5\tau) = Ee^{-4{,}5} = 0{,}01\,E$ ، عندما تكون $t \approx 5\tau$ ، يفرغ المكثف بنسبة $99\,\%$.

2-4) الطاقة المخزونة في المكثف:

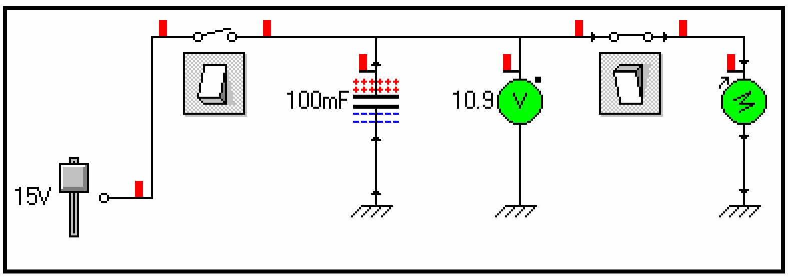
2-4-1) الإبراز التجريبي للطاقة المخزونة في مكثف

أ. مناولة: - في البداية، القاطعان K_1 و K_2 مفتوحان،

ثم نغلق القاطع K_1 ، فيشحن المكثف

(يمكن إضافة فولطمتر للتأكد).

ب. ملاحظات:



- - نفتح K_1، ونغلق K_2 فيدور المحرك.
- يزداد عدد دورات المحرك عند رفع قيمة سعة المكثف C، أو قيمة E.

ج. خلاصة: يمكّن المكثف من تخزين طاقة كهربائية قصد استعمالها عند الحاجة.

2-4-2) تعبير الطاقة المخزونة في مكثف:

- القدرة الكهربائية الممنوحة للمكثف هي: $P = u_c \times i$
- لدينا $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_c)}{dt}$ $\Leftarrow$ $P = u_c\frac{d(Cu_c)}{dt}$ $\Leftarrow$ $P = \frac{d}{dt}(\frac{1}{2}Cu_c^{\,2})$، ونعلم أن : $P = \frac{dE_e}{dt}$،

وتكون بذلك الطاقة المخزونة في المكثف هي : $\boxed{E_e = \frac{1}{2}Cu_c^{\,2}}$

ملحوظة :

1- باستعمال العلاقة $q = Cu$ ، نجد : $\boxed{E_e = \frac{1}{2}Cu_c^{\,2} = \frac{1}{2}qu_c = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}}$

2- إن تخزين أو تفريغ الطاقة في المكثف لا يتم بشكل آني، لكن يتطلب مدة زمنية dt غير منعدمة $(P \to \infty \Leftarrow dt = 0)$، و $u_c = \sqrt{\frac{2E_e}{C}}$ ، وبالتالي فإن التوتر بين مربطي المكثف يكون متصلا.