I-1- دراسة تغيرات الدالة g :

• لدينا $\lim_{x \to +\infty} g(x) = \lim_{x \to +\infty} 2x\left(\frac{e^{2x}}{2x} - 1 - \frac{1}{2x}\right)$
$= +\infty$

لأن $\lim_{X \to +\infty} \frac{e^X}{X} = +\infty$

كما لدينا $\lim_{x \to -\infty} g(x) = +\infty$

. الدالة g قابلة للاشتقاق على IR

ليكن x عنصرا من IR

لدينا $g(x) = e^{2x} - 2x - 1$

ومنه $g'(x) = 2e^{2x} - 2$
$= 2(e^{2x} - 1)$

إذن $g'(x) > 0 \quad \forall x \in IR^{+*}$ و $g'(x) < 0 \quad \forall x \in IR^{-*}$

و $g'(0) = 0$

وبالتـالي g تزايدية قطعا على IR^+ وانها تناقصـية قطعا على IR^- .

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

2- اشارة g(x) :

ليكن x عنصرا من IR

. إذا كان $x > 0$ فإن $g(x) > g(0)$ (g تزايدية قطعا على IR^+)

. إذا كان $x < 0$ فإن $g(x) > g(0)$ (g تناقصية قطعا على IR^-)

. لدينا $g(0) = 0$

إذن $g(x) > 0$ $\forall x \in IR^*$ و $g(0) = 0$

II- 1- نهايات f :

. لدينا f معرفة على IR

. لدينا $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (x+1)(e^{-2x}+1)$

$= +\infty$

لأن $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-2x} = 0$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} (x+1) = +\infty$

. لدينا $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

لأن

$\lim\limits_{x \to -\infty} (x+1)e^{-2x} = -\infty$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} (x+1) = -\infty$

2- الفروع اللانهائية :

. لدينا $f(x) - x - 1 = (x+1)e^{-2x}$ $\forall x \in IR$

ومنه $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - x - 1) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\frac{1}{2} \times \frac{2x}{e^{2x}} + \frac{1}{e^{2x}}\right)$

$= 0$

لأن $\lim\limits_{X \to +\infty} \frac{X}{e^X} = 0$ و $\lim\limits_{X \to +\infty} e^X = +\infty$

إذن C_f يقبل مستقيما مقاربا معادلته $y = x + 1$ عند $+\infty$.

. لدينا $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to -\infty} \frac{(x+1)}{x}(e^{-2x}+1)$

$= +\infty$

لأن $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{x+1}{x} = 1$ $\lim\limits_{x \to -\infty} e^{-2x} = +\infty$

إذن C_f يقبل فرعا شلجميا اتجاهه محور الاراتيب علما أن :

$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

3- أ- اثبات النتيجة المطلوبة .

الدالة f قابلة للاشتقاق على IR .

ليكن x عنصرا من IR

لدينا $f(x) = (x+1)(e^{-2x}+1)$

ومنه $f'(x) = (e^{-2x}+1) + (x+1)(-2e^{-2x})$

$= e^{-2x}(1 - 2x - 2) + 1$

$= e^{2x}(e^{2x} - 2x - 1)$

$= e^{-2x} g(x)$

ب- الاستنتاج

حسب الجزء الأول السؤال الثاني منه يكون لدينا

$g(x) > 0$ $\forall x \in IR^*$

ويما أن $e^{-2x} > 0$ فإن $f'(x) > 0$ $\forall x \in IR^*$

إذن $f'(x) > 0$ $\forall x \in IR^*$ و $f'(0) = 0$

وبالتالي f تزايدية قطعا على IR

-4 أ– نقطة انعطاف C_f :

الدالة f قابلة للاشتقاق مرتين على IR .

ليكن x عنصرا من IR .

لدينا : $f'(x) = 1 - 2x e^{-2x} - e^{-2x}$

ومنه $f''(x) = -2 e^{-2x} + 4x e^{-2x} + 2 e^{-2x}$

$= 4 x e^{-2x}$

إذن $f''(x)$ تنعدم فقط في 0 وتغير اشارتها في المجال $]-\infty,\infty[$

ومنه C_f تقبل نقطة انعطاف وحيدة أفصولها 0 وارتوبها 2 .

ب– انشاء C_f :