

(1) مجموعة تعريف g :

ليكن x عنصرا من IR . لدينا :

$$g(x) \in \text{IR} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x + \ln(e^x - 1) \in \text{IR}$$

$$\Leftrightarrow e^x - 1 > 0$$

$$\Leftrightarrow e^x > 1$$

$$\Leftrightarrow x > 0$$

إذن : مجموعة تعريف g هي  $]0, +\infty[$  .

(2) حل المعادلة  $g(x) = 0$  :

ليكن x عنصرا من  $]0, +\infty[$  . لدينا :

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x + \ln(e^x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \ln(e^x - 1) = \frac{1}{2}x$$

$$\Leftrightarrow e^x - 1 = e^{\frac{x}{2}}$$

$$\Leftrightarrow e^x - e^{\frac{x}{2}} - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{x}{e^2}\right)^2 - e^{\frac{x}{2}} - 1 = 0$$

مميز ثلاثية الحدود  $X^2 - X - 1$  هو  $\Delta = 1 - 4(-1) = 5$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{5} \quad \text{أي}$$

$$e^{\frac{x}{2}} = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \quad \text{أو} \quad e^{\frac{x}{2}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{ومنه :}$$

$$\text{وبما أن } e^{\frac{x}{2}} > 0 \text{ فإن : } e^{\frac{x}{2}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \text{ أي :}$$

$$x = 2 \ln \left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right) \quad \text{أي} \quad \frac{x}{2} = \ln \left( \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)$$

$$S = \left\{ 2 \ln \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right\} : \text{مجموعة حلول المعادلة}$$

(3) حساب النهاية :

لا يمكن حساب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$  مباشرة لأنها على شكل غير محدد  $(-\infty + \infty)$ .

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ -\frac{1}{2}x + \ln(e^x - 1) \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ -\frac{1}{2}x + \ln e^x \left( 1 - \frac{1}{e^x} \right) \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ -\frac{1}{2}x + \ln e^x + \ln \left( 1 - \frac{1}{e^x} \right) \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ -\frac{1}{2}x + x + \ln \left( 1 - \frac{1}{e^x} \right) \right] \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \frac{1}{2}x + \ln \left( 1 - \frac{1}{e^x} \right) \right] \\ &= +\infty \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2}x = +\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[ \ln \left( 1 - \frac{1}{e^x} \right) \right] = 0 \quad \text{لأن}$$