

لتكن (U_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $U_0 = 3$

$$U_{n+1} = 3 - \frac{9}{4U_n} \quad \text{و لكل } n \text{ من } \mathbb{N}$$

1- أ- بين أن $U_n > \frac{3}{2}$ لكل n من \mathbb{N} . (0,75 ن)

ب- بين أن المتتالية (U_n) تناقصية واستنتج أنها متقاربة . (1 ن)

ج- حدد نهاية المتتالية (U_n) . (0,5 ن)

2- لكل n من \mathbb{N} نضع : $V_n = \frac{2}{2U_n - 3}$

أ- بين أن (V_n) متتالية حسابية أساسها $\frac{2}{3}$. (0,75 ن)

ب- حدد الحد العام للمتتالية (V_n) ثم استنتج أن :

$$U_n = \frac{3}{2} \left(\frac{n+2}{n+1} \right) \quad \text{لكل } n \text{ من } \mathbb{N} \text{ . (1 ن)}$$