

لتكن المتتالية العددية  $(u_n)$  بحيث  $u_0 = 1$  و  $u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{2u_n + 7}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

(1) أ - بين أن :  $\frac{1}{2} < u_n \leq 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

ب - بين أن المتتالية  $(u_n)$  تناقصية واستنتج أنها متقاربة.

(2) أ - بين أن :  $u_{n+1} - \frac{1}{2} \leq \frac{1}{8} \left( u_n - \frac{1}{2} \right)$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

ب - استنتج أن :  $\left| u_n - \frac{1}{2} \right| \leq \left( \frac{1}{2} \right)^{3n+1}$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

Achamel