



المعامل: 1

مدة الإنجاز: ساعتان

المادة: الرياضيات

التمرين الأول:

(1) أحسب وأبسط:

$$A = \sqrt{2\sqrt{6+\sqrt{9}}} - \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2\sqrt{6+3}} - \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{\sqrt{4 \times 6}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2\sqrt{9}} - \frac{1}{\cancel{2}} \times \cancel{2} \sqrt{6}$$

$$= \sqrt{2 \times 3} - \sqrt{6} = \sqrt{6} - \sqrt{6} = 0$$

$$B = \sqrt{\sqrt{150} - \sqrt{101}} \times \sqrt{\sqrt{150} + \sqrt{101}}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{150} - \sqrt{101})(\sqrt{150} + \sqrt{101})} = \sqrt{\sqrt{150}^2 - \sqrt{101}^2} = \sqrt{150 - 101} = \sqrt{49} = 7$$

(2) الشمس هي النجم المركزي للمجموعة الشمسية، وهي شبه كروية الشكل شعاعها R يقدر بحوالي $7 \times 10^5 \text{ Km}$

أحسب حجم الشمس وأعط النتيجة كتابة علمية بالمترا المكعب (نعطي: $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$ و نأخذ: $\pi \cong \frac{22}{7}$)

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times (7 \times 10^5)^3 \text{ Km}^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 49 \times 10^{15} \text{ Km}^3$$

$$= \frac{4}{3} \times \frac{22}{\cancel{7}} \times \cancel{7} \times 49 \times 10^{15} \text{ Km}^3 = \frac{88}{3} \times 49 \times 10^{15} \text{ Km}^3$$

$$\cong 1437,33 \times 10^{15} \times 10^9 \text{ m}^3 \cong 1,43 \times 10^{27} \text{ m}^3$$

(3) أ حذف الجذر المربع من مقامي العددين:

$$X = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}^2-1^2} = \frac{\sqrt{2}+1}{2-1} = \sqrt{2}+1$$

$$Y = \frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{3(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})} = \frac{3(\sqrt{5}^2-2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{2} + \sqrt{2}^2)}{\sqrt{5}^2-\sqrt{2}^2} = \frac{3(5-2\sqrt{10}+2)}{5-2} = \frac{\cancel{3}(7-2\sqrt{10})}{\cancel{3}} = 7-2\sqrt{10}$$

(4) x عدد حقيقي. نعتبر التعبير: $G = (x+1)^2 - 8(x+1)$

(ب) أعمل التعبير G .

(أ) أتحقق أن: $G = x^2 - 6x - 7$

$$G = (x+1)^2 - 8(x+1)$$

$$= (x+1)(x+1) - 8(x+1)$$

$$= (x+1)(x+1-8)$$

$$= (x+1)(x-7)$$

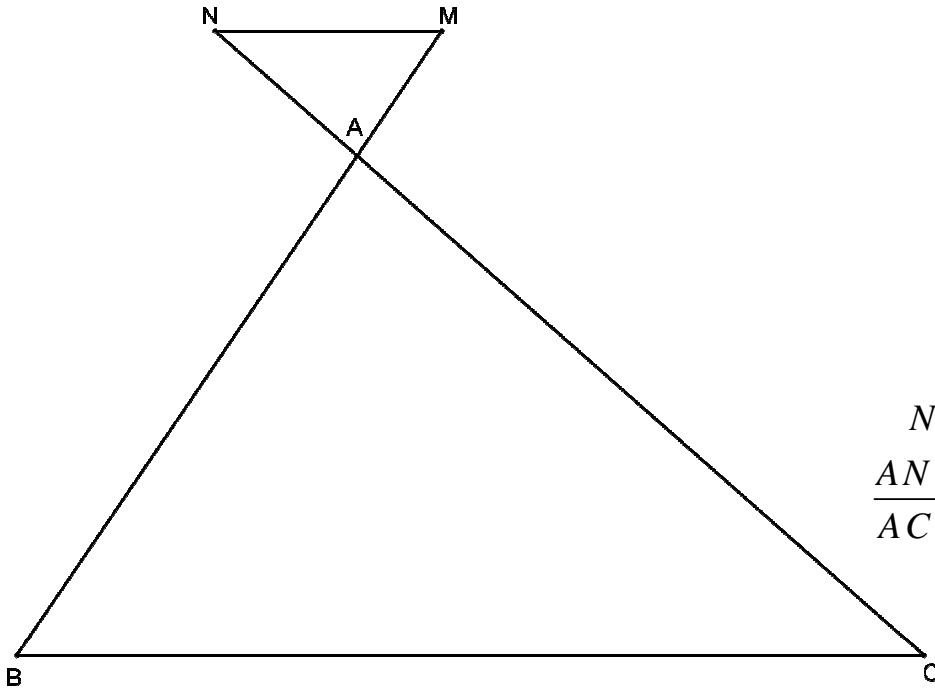
$$G = (x+1)^2 - 8(x+1)$$

$$= x^2 + 2x + 1 - 8x - 8$$

$$= x^2 + 2x - 8x + 1 - 8$$

$$= x^2 - 6x - 7$$

ABC مثلث بحيث: $AC = 10\text{ cm}$ و $AB = 8\text{ cm}$ و $BC = 12\text{ cm}$. M نقطة من (AB) لا تنتمي إلى القطعة $[AB]$ و N نقطة من (AC) لا تنتمي إلى القطعة $[AC]$ بحيث: $AN = 2,5\text{ cm}$ و $AM = 2\text{ cm}$.
(1) أتمم الشكل.



(2) بين أن: $(BC) \parallel (MN)$.

لدينا: $M \in (AB)$ و $N \in (AC)$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{2,5}{10} = \frac{1}{4} \quad \text{و} \quad \frac{AM}{AB} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \quad \text{إذن}$$

وبما أن النقط A و B و M هي في نفس ترتيب النقط A و C و N فإنه حسب مبرهنة طاليس العكسية $(MN) \parallel (BC)$.

(3) أحسب MN .

لدينا: $M \in (AB)$ و $N \in (AC)$ حيث $(MN) \parallel (BC)$

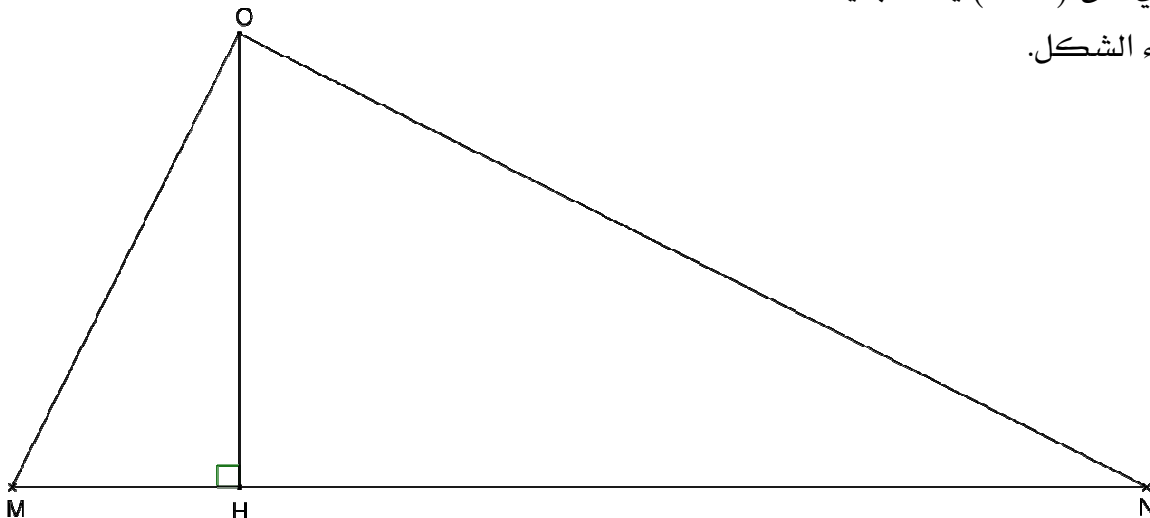
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} \quad \text{إذن حسب مبرهنة طاليس المباشرة}$$

$$\text{ومنه} \quad \frac{MN}{BC} = \frac{1}{4} \quad \text{يعني} \quad \frac{MN}{12} = \frac{1}{4} \quad \text{يعني} \quad MN = \frac{1}{4} \times 12 \quad \text{وبالتالي} \quad MN = 3\text{ cm}$$

التمرين الثالث:

M و N نقطتان بحيث: $MN = 15\text{ cm}$ و H نقطة من القطعة $[MN]$ بحيث: $MH = 3\text{ cm}$ و O نقطة من المستقيم العمودي على (MN) في H بحيث: $OH = 6\text{ cm}$.

(1) أتمم إنشاء الشكل.



(2) بين أن $OM = 3\sqrt{5}$ و $ON = 6\sqrt{5}$.

لدينا حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة في المثلث OHM القائم الزاوية في H :

$$\begin{aligned} OM^2 &= OH^2 + HM^2 \\ OM &= \sqrt{45} = 3\sqrt{5} \quad \text{إذن} & & = 6^2 + 3^2 \\ & & & = 36 + 9 = 45 \end{aligned}$$

لدينا حسب مبرهنة فيثاغورس المباشرة في المثلث OHN القائم الزاوية في H :

$$\begin{aligned} ON^2 &= OH^2 + HN^2 \\ ON &= \sqrt{180} = 6\sqrt{5} \quad \text{إذن} & & = 6^2 + 12^2 \\ & & & = 36 + 144 = 180 \end{aligned}$$

(3) أبين أن المثلث OMN قائم الزاوية.

لدينا طول أكبر ضلع في المثلث OMN هو: $MN = 15$ و $MN^2 = 15^2 = 225$

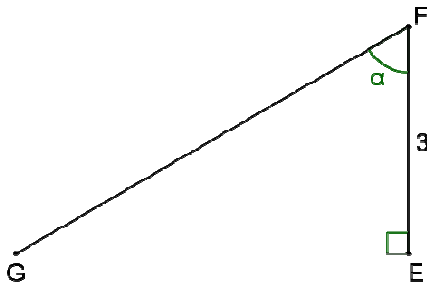
$$OM^2 + ON^2 = (3\sqrt{5})^2 + (6\sqrt{5})^2 = 45 + 180 = 225$$

$$MN^2 = OM^2 + ON^2 \quad \text{إذن}$$

ومنه حسب مبرهنة فيثاغورس العكسية فإن المثلث OMN قائم الزاوية. في O .

التمرين الرابع:

الشكل أسفله يمثل مثلثا EFG قائم الزاوية في E بحيث: $EF = 3\text{ cm}$ و $\tan \alpha = \sqrt{3}$



(1) أحسب: EG (دون استعمال المسطرة)

$$\frac{EG}{EF} = \sqrt{3} \quad \text{يعني} \quad \tan \alpha = \frac{EG}{EF} \quad \text{لدينا}$$

$$EG = EF \sqrt{3} \quad \text{يعني}$$

$$EG = 3\sqrt{3} \quad \text{ومنه}$$

(2) ليكن β قياس زاوية حادة غير منعدمة. أحسب:

$$Z = \sin^2(90^\circ - \beta) + \cos \beta \times \cos(90^\circ - \beta) \times \tan \beta + 1$$

$$= \cos^2 \beta + \cos \beta \times \sin \beta \times \tan \beta + 1$$

$$= \cos^2 \beta + \cancel{\cos \beta} \times \sin \beta \times \frac{\sin \beta}{\cancel{\cos \beta}} + 1 = \cos^2 \beta + \sin^2 \beta + 1 = 1 + 1 = 2$$

تذكير:

الزاويتان β و $(90^\circ - \beta)$ متتامتان، إذن:

$$\sin(90^\circ - \beta) = \cos \beta \quad \text{و} \quad \cos(90^\circ - \beta) = \sin \beta$$

التمرين الخامس:

(1) a و b عدنان حقيقيان بحيث: $a - 1 = b + 1$. قارن العددين a و b .

لدينا: $a - 1 = b + 1$ يعني $a - b = 1 + 1$ يعني $a - b = 2$ إذن $a - b > 0$ وبالتالي $a > b$

(2) x و y عدنان حقيقيان بحيث: $2 \leq x \leq 3$ و $-6 \leq y \leq -5$.

أوجد تأطيرا لكل من الأعداد: $x + y$ و $x - y$ و $\frac{x}{x - y}$.

لدينا: $2 \leq x \leq 3$ و $-6 \leq y \leq -5$ إذن $2 + (-6) \leq x + y \leq 3 + (-5)$ ومنه $-4 \leq x + y \leq -2$

لدينا: $2 \leq x \leq 3$ و $-6 \leq y \leq -5$ إذن $5 \leq -y \leq 6$ ومنه $2 + 5 \leq x + (-y) \leq 3 + 6$

$7 \leq x - y \leq 9$ وبالتالي

لدينا: $7 \leq x - y \leq 9$ يعني $\frac{1}{9} \leq \frac{1}{x-y} \leq \frac{1}{7}$ و $2 \leq x \leq 3$

وبما أن الأعداد x و $\frac{1}{x-y}$ و $\frac{1}{9}$ و $\frac{1}{7}$ و 2 و 3 موجبة فإن $2 \times \frac{1}{9} \leq \frac{x}{x-y} \leq 3 \times \frac{1}{7}$

وبالتالي $\frac{2}{9} \leq \frac{x}{x-y} \leq \frac{3}{7}$

التمرين السادس:

في الشكل جانبه، (\mathcal{C}) دائرة مركزها O . A و B و M و N نقط على الدائرة (\mathcal{C}) بحيث:

$$\widehat{AN} = \widehat{BM} \text{ و } \widehat{AOB} = 130^\circ \text{ و } \widehat{MBN} = 45^\circ$$

1 أ- أحسب قياس كل من الزاويتين \widehat{MAN} و \widehat{AMB} .

ب- لدينا \widehat{AMB} زاوية محيطية في الدائرة (\mathcal{C}) والزاوية المركزية

$$\widehat{AMB} = \frac{\widehat{AOB}}{2} \text{ المرتبطة بها هي } \widehat{AOB} \text{ إذن:}$$

$$\widehat{AMB} = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ \text{ ومنه}$$

ب- لدينا \widehat{MAN} و \widehat{MBN} زاويتان محيطيتان في الدائرة (\mathcal{C}) وتحصران نفس القوس \widehat{MN}

$$\widehat{MAN} = \widehat{MBN} \text{ ومنه } \widehat{MAN} = 45^\circ$$

ب- بين أن $(OM) \perp (ON)$:

لدينا \widehat{MBN} زاوية محيطية في الدائرة (\mathcal{C}) والزاوية المركزية المرتبطة بها هي \widehat{MON} .

$$\widehat{MON} = 2 \times \widehat{MBN} \text{ يعني } \widehat{MON} = \frac{2 \times \widehat{MBN}}{2} \text{ إذن:}$$

$$\widehat{MON} = 2 \times 45^\circ = 90^\circ \text{ ومنه}$$

وبالتالي $(OM) \perp (ON)$.

2 لتكن I نقطة تقاطع المستقيمين (AM) و (BN)

أ) بين أن المثلثين IBM و IAN متقايسان.

لدينا \widehat{MAN} و \widehat{MBN} زاويتان محيطيتان في

الدائرة (\mathcal{C}) وتحصران نفس القوس \widehat{MN}

$$\widehat{MAN} = \widehat{MBN} \text{ يعني } \widehat{IAN} = \widehat{IBM}$$

ولدينا \widehat{AMB} و \widehat{ANB} زاويتان محيطيتان في

الدائرة (\mathcal{C}) وتحصران نفس القوس \widehat{AB}

$$\widehat{AMB} = \widehat{ANB} \text{ يعني } \widehat{INA} = \widehat{IMB}$$

ولدينا $AN = BM$ إذن حسب الحالة الثانية لتقايس

مثلثين فإن IBM و IAN متقايسان.

ب) استنتج أن المثلثين AMN و BMN متقايسان.

لدينا: المثلثان IBM و IAN متقايسان،

إذن أضلاعهما المتناظرة متقايسة،

$$IA = IB \text{ و } IM = IN \text{ أي}$$

$$AM = BN \text{ ومنه}$$

وبما أن $AN = BM$ و $[MN]$ ضلع مشترك بين

المثلثين AMN و BMN ، فإنه حسب الحالة الأولى

لتقايس مثلثين AMN و BMN متقايسان.