1- حل المعادلة $z^2-(2+4i)z-2+4i=0$

مميز هذه المعادلة هو :

$$\begin{aligned}\Delta &= (1+2i)^2+2-4i\\ &= -1\\ &= i^2\end{aligned}$$

مجموعة حلول المعادلة هي : $\{1+3i, 1+i\}$

2-أ- التحقق من أن 2i حل للمعادلة p(z)=0

تحقق من أن : p(2i)=0

ب- تحديد a و b و c

$$(z-2i)(az^2+bz+c)=az^3+(b-2ai)z^2+(c-2bi)z-2ic$$

يعني أن : $P(z)=(z-2i)(az^2+bz+c)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b-2ai=-2-6i \\ c-2bi=-10+8i \\ -2ic=8+4i \end{cases}$$

أي : $a=1$ و $b=-2-4i$ و $c=-2+4i$

إذن : $P(z)=(z-2i)(z^2-(2+4i)z-2+4i)$

ج- حلول المعادلة p(z)=0

استنتج مما سبق أن حلول المعادلة P(z) =0 هي $2i$ و $1+3i$ و $1+i$

3-أ- كتابة $\frac{z_A-z_B}{z_A-z_C}$ **على الشكلين الجبري والمثلثي**

$$\begin{aligned}\frac{z_A-z_B}{z_A-z_C} &= \frac{2i-1-i}{2i-1-3i}\\ &= \frac{-1+i}{-1-i}\\ &= \frac{1-i}{1+i}\\ &= \frac{(1-i)^2}{1^2+1^2}\end{aligned}$$

وبالتالي فإن : $\frac{z_A-z_B}{z_A-z_C}=-i$

- $\frac{z_A-z_B}{z_A-z_C}=-i$

$$=\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$$

أي أن : $=\left[1,\frac{-\pi}{2}\right]$

ب- طبيعة ABC

لدينا: $\left|\frac{z_A-z_B}{z_A-z_C}\right|=1$

إذن : $|z_A - z_B| = |z_A - z_C|$

أي AB= AC (1)

ومن $\arg\left(\frac{z_A - z_B}{z_A - z_C}\right) \equiv \frac{-\pi}{2}[2\pi]$

وبما أن $\arg\left(\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}\right) \equiv -\frac{\pi}{2}[2\pi]$

فإن : $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}\right) \equiv \frac{-\pi}{2}[2\pi]$ (2)

إذن من(1) و (2)نجد أن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية في A .