1- حل المعادلة

المميز المختصر للمعادلة هو : $\Delta = (\sqrt{2}+2)^2 - 4(3+2\sqrt{2})$

$= 6+4\sqrt{2}-12-8\sqrt{2}$

$= -6-4\sqrt{2}$

$= -(6+4\sqrt{2})$

$= -(\sqrt{2}+2)^2$

أي أن : $= (i(\sqrt{2}+2))^2$

إذن حلاها هما : $U = \dfrac{-\sqrt{2}-2+i(\sqrt{2}+2)}{2}$ و $V = \dfrac{-\sqrt{2}-2-i(\sqrt{2}+2)}{2}$

أي : $U = -\left(\dfrac{\sqrt{2}+2}{2}\right)(1-i)$ و $V = -\left(\dfrac{\sqrt{2}+2}{2}\right)(1+i)$

وبالتالي فإن مجموعة حلول المعادلة هي :

$S = \{U, V\}$

2-أ- كتابة $\dfrac{U}{V}$ على الشكل الجبري

بما أن : $\dfrac{U}{V} = \dfrac{-\left(\dfrac{\sqrt{2}+2}{2}\right)(1-i)}{-\left(\dfrac{\sqrt{2}+2}{2}\right)(1+i)}$

$= \dfrac{1-i}{1+i} = \dfrac{(1-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}$

$= \dfrac{(1-i)^2}{1+1}$

$= \dfrac{-2i}{2}$

فإن : $\dfrac{U}{V} = -i$

ب- معيار وعمدة للعدد $\dfrac{U}{V}$

نعلم أن : $\dfrac{U}{V} = -i$

وبما أن : $-i = \left[1, -\dfrac{\pi}{2}\right]$

فإن : $\dfrac{U}{V} = \left[1, -\dfrac{\pi}{2}\right]$

3- استنتاج أن OAB متساوي الساقين وقائم الزاوية في O .

لدينا حسب ما سبق : $\dfrac{U}{V} = \left[1, -\dfrac{\pi}{2}\right]$

ومنه : $\left|\dfrac{U}{V}\right| = 1$ و $\arg\left(\dfrac{U}{V}\right) \equiv -\dfrac{\pi}{2}$

أي : $|U-0|=|V-0|$ و $\arg\left(\frac{U-0}{V-0}\right)\equiv-\frac{\pi}{2}$

إذن : $OA=OB$ و $\left(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OA}\right)\equiv-\frac{\pi}{2}$

وبالتالي فإن المثلث OAB متساوي الساقين وقائم الزاوية في O .