1-أ- تحديد z_1 و z_2

المميز المختصر للمعادلة هو :

$$\Delta' = (1+i)^2 - 2(1+i)$$
$$= (1+i)(1+i-2)$$
$$= (1+i)(-1+i)$$
$$= -2$$
$$= (i\sqrt{2})^2$$

وبالتالي فإن حلا المعادلة هما :

$1+i+i\sqrt{2}$ و $1+i-i\sqrt{2}$

أي : $1+i(1+\sqrt{2})$ و $1+i(1-\sqrt{2})$

ولدينا كرمز لهذين الحلين z_1 و z_2

حيث $\mathrm{Im}(z_2) \succ 0$

إذن : $z_1 = 1+(1-\sqrt{2})i$ و $z_2 = 1+(1+\sqrt{2})i$

ب- كتابة z على الشكل المثلثي

بما أن : $z_2 - z_1 = (1+i(1+\sqrt{2})) - (1+i(1-\sqrt{2}))$

$$= 2\sqrt{2}i$$

فإن : $Z = \dfrac{2\sqrt{2}i}{2+2i}$

وبما أن : $2\sqrt{2}i = \left[2\sqrt{2}, \dfrac{\pi}{2}\right]$

و $2+2i = 2\sqrt{2}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2} + i\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$$= 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$$
$$= \left[2\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}\right]$$

فإن : $Z = \dfrac{\left[2\sqrt{2}, \frac{\pi}{2}\right]}{\left[2\sqrt{2}, \frac{\pi}{4}\right]}$

$$= \left[\frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}, \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right]$$
$$= \left[1, \frac{\pi}{4}\right]$$

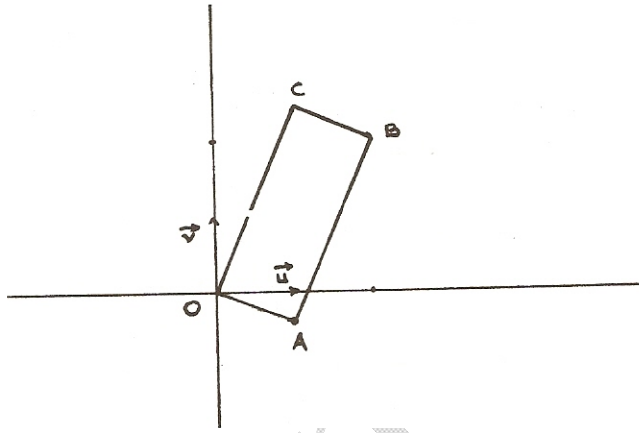
ج- التحقق من أن : $Z^{12} = -1$

: $Z^{12} = \left[1, \dfrac{\pi}{4}\right]^{12}$

$$= \left[1^{12}, \frac{12\pi}{4}\right]$$
$$= [1, 3\pi]$$

$= [1, \pi] = \cos \pi + i \sin \pi$
$= -1$

2- لنبين أن OABC مستطيل



*لحق المتجهة $\overrightarrow{OA}$ هو :

$$z_A - z_0 = z_A$$
$$= 1 + i(1 - \sqrt{2})$$

*لحق المتجهة $\overrightarrow{CB}$ هو : $z_B - z_C = (2+2i) - (1 + (1+\sqrt{2})i)$

$$= 1 + (1 - \sqrt{2})i$$

وبالتالي فإن : $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CB}$

إذن OABC متوازي أضلاع

ولدينا : $OB = |(2+2i) - 0|$

$= |2+2i| = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$

$= 2\sqrt{2}$

و $AC = |z_2 - z_1|$

$= |2\sqrt{2}i| = 2\sqrt{2}$

إذن : $OB = AC$

بما أن لمتوازي الأضلاع OABC قطران متقايسان، فإن OABC مستطيل