-1 $(E_2): z^2 = (iz-2i)^2$

$(E_2) \Leftrightarrow z^2 - 2z + 2 = 0$

$\Delta' = 1-2 = -1 = i^2$

إذن $z = 1+i$ أو $z = 1-i$

$S = \{1-i, 1+i\}$

2-أ) $1+i\sqrt{3} = 2\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$= 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

$\left(1+i\sqrt{3}\right) = 2\left[2, \frac{\pi}{3}\right]$

$-\sqrt{3} - i = 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)$

$= 2\left(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$

$-\sqrt{3} - i = \left[2, \frac{7\pi}{6}\right]$

ب-) $\left(1+i\sqrt{3}\right)^{12} = \left[2, \frac{\pi}{3}\right]^{12}$

$= \left[2^{12}, 12\frac{\pi}{3}\right]$

$\left(1+i\sqrt{3}\right)^{12} = \left[2^{12}, 4\pi\right] = 2^{12}$

إذن $1+i\sqrt{3}$ يحقق المعادلة (E_{12})

3-أ) نعتبر النقطة A ذات اللحق 2.

$|z| = |iz-2i| \Leftrightarrow |z| = |i(z-2)|$

$\Leftrightarrow |z| = |i| \times |z-2|$

$\Leftrightarrow |z| = |z-2|$

$\Leftrightarrow OM = AM$

مجموعة النقط M بحيث OM=AM هي واسط القطعة $[OA]$.

ب)

$z \Leftrightarrow z^n = (iz-2i)^n$ حل للمعادلة (E_n)

$\Rightarrow |z|^n = |iz-2i|^n$

$\Rightarrow |z| = |iz-2i|$

$\Rightarrow |z| = |z-2|$

يعني أن النقطة M ذات اللحق Z تنتمي إلى واسط القطعة $[OA]$ أي أن أفصول M يساوي 1

وبالتالي فإن $z = 1+ai$ مهما يكن a من $\mathbb{R}$.