$$f(x) = \sqrt{x}\, e^{1-x} \quad ; \quad x \geq 0$$

1) * لدينا $f(x) = \dfrac{x}{e^x} \cdot \dfrac{e}{\sqrt{x}}$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \Rightarrow \lim_{x \to +\infty} \frac{x}{e^x} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0}$$

$\left(\lim_{x \to +\infty} \dfrac{e}{\sqrt{x}} = 0 \right.$ لأن $\left.\right)$

* بما أن $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$ فإن محور الأفاصيل مقارب أفقي للمنحنى (C) بجوار $(+\infty)$.

2)

$$\lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \frac{f(x) - f(0)}{x} = \lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \frac{\sqrt{x}\, e^{1-x}}{x}$$

$$= \lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \frac{e^{1-x}}{\sqrt{x}}$$

$$= +\infty$$

إذن f غير قابلة للاشتقاق على اليمين في الصفر.

3) أ -

$$\forall x > 0 \qquad f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} e^{1-x} + \sqrt{x}\,(-e^{1-x})$$

$$= \left(\frac{1}{2\sqrt{x}} - \sqrt{x}\right) e^{1-x}$$

$$= \frac{1 - 2x}{2\sqrt{x}} e^{1-x}$$

إذن

$$\boxed{\forall x > 0 \quad f'(x) = \frac{1 - 2x}{2\sqrt{x}} e^{1-x}}$$

ب - بما أن $e^{1-x} > 0$ و $\frac{1}{2\sqrt{x}} > 0$ لكل x من $]0, +\infty[$ فإن

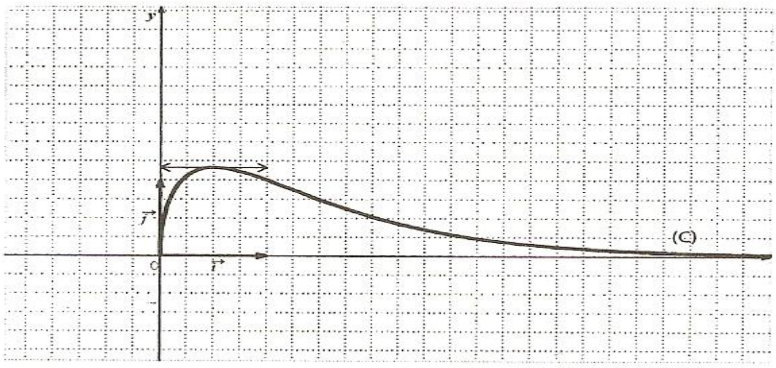
إشارة $f'(x)$ هي إشارة $(1 - 2x)$.

إذن

x	0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
	‖	$-$	0	$+$	
	0	↗	$f\left(\frac{1}{2}\right)$	↘	0

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot e^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{e}{2}}$$

(4



إعداد الأستاذ : عبد المنعم الغازي