$$f(x) = \frac{x+1}{x} e^x$$

$D = \{x \in IR \ / \ x \neq 0\}$ (1
$= IR^*$

$$\left.\begin{array}{l}\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+1}{x}\right) = 1 \\ \lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty\end{array}\right\} = \lim_{x \to +\infty} e^x = +\infty \quad * \quad (2$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim_{x \to -\infty} \left(\frac{x+1}{x}\right) = 1 \\ \lim_{x \to -\infty} e^x = 0\end{array}\right\} = \lim_{x \to -\infty} f(x) = 0 \quad *$$

$$\lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \left(\frac{x+1}{x}\right) = +\infty \Rightarrow \lim_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} f(x) = +\infty \quad *$$

$$\lim_{\substack{x \to 0 \\ x < 0}} \left(\frac{x+1}{x}\right) = -\infty \Rightarrow \lim_{\substack{x \to 0 \\ x < 0}} f(x) = -\infty \quad *$$

3) * بما أن $\lim_{x \to 0} f(x) = \infty$ فإن محور الأراتيب مقارب للمنحنى (C_f) .

• بما أن $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 0$ فإن محور الأفاصيل مقارب أفقي للمنحنى (C_f) بجوار $(-\infty)$

لدينا $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ و $\forall x \in IR^* \quad \frac{f(x)}{x} = \frac{x+1}{x} \cdot \frac{e^x}{x}$

$$\left(\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+1}{x}\right) = 1 \text{ و } \lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty\right)$$

$$\Rightarrow \lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$$

إذن محور الأراتيب اتجاه مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

$$\forall x \in IR^* \qquad f'(x) = \frac{-1}{x^2} e^x + \frac{x+1}{x} e^x \qquad (4$$
$$= \frac{x^2 + x - 1}{x^2} e^x$$

(5 * بما أن $\frac{e^x}{x^2} > 0$ لكل x من IR^* فإن إشارة f'(x) هي اشارة $x^2 + x - 1$

إذن $x^2 + x - 1 = 0 \Leftrightarrow x \in \left\{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right\}$

$$x^2 + x - 1 > 0 \Leftrightarrow x \in \left]-\infty, \frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right[\cup \left]\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, +\infty\right[$$

$$x^2 + x - 1 < 0 \Leftrightarrow x \in \left]\frac{-1-\sqrt{5}}{2}, \frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right[$$

(6

x		$\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$		0		$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$	
f'(x)	+	0	—	‖	—	0	+
f(x)	0 ↗	$f\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right)$	↘ $-\infty$	‖	$+\infty$ ↘	$f\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right)$	↗ $+\infty$

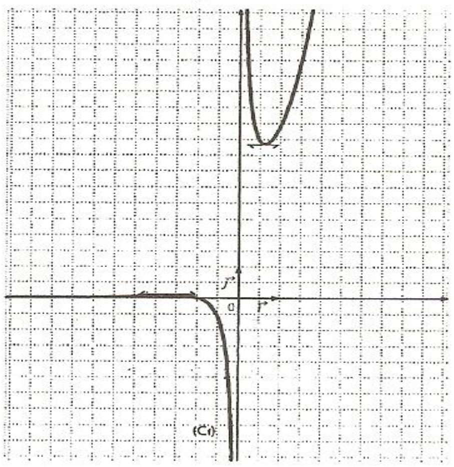
$$f\left(\frac{-1+\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{3+\sqrt{5}}{2} e^{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}$$

و $$f\left(\frac{-1-\sqrt{5}}{2}\right) = \frac{3-\sqrt{5}}{2} e^{\frac{-1-\sqrt{5}}{2}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \qquad (7$$
$$\Leftrightarrow x = -1$$

إذن مجموعة حلول المعادلة f(x) هي {-1}

(8



9) $x\left(e^{x}-m\right)+e^{x}=0 \Leftrightarrow mx=(x+1)\,e^{x} \quad (1)$

- إذا كان $x = 0$ فإن المعادلة تصبح $0 = 1$

وهذا غير ممكن إذن 0 ليس حلا للمعادلة $x\left(e^{x}-m\right)+e^{x}=0$

- إذا كان $x \neq 0$ فإن المعادلة (1) تصبح : $m=\frac{x+1}{x}e^{x}$

أي $m=f(x)$

إذن : * $1<m<\frac{3+\sqrt{5}}{2}\cdot e^{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}$ فإن المعادلة (1) ليس لها أي حل .

* $m=\frac{3+\sqrt{5}}{2}\cdot e^{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}$ فإن المعادلة (1) تقبل حل واحد

* $m>\frac{3+\sqrt{5}}{2}\cdot e^{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}$ فإن المعادلة (1) تقبل حلان مختلفان .

إعداد الأستاذ : عبد المنعم الغازي