

تمرين 13

• مهما يكن العددين الحقيقيين x و y

$$\text{لدينا: } (x - y)^2 \geq 0 \text{ يعني: } x^2 - 2xy + y^2 \geq 0$$

$$\text{إذن: } x^2 + y^2 \geq 2xy$$

• ومنه فإن:

$$b^2 + c^2 \geq 2bc \text{ و } a^2 + c^2 \geq 2ac \text{ و } a^2 + b^2 \geq 2ab$$

$$\text{إذن: } a^2 + b^2 + a^2 + c^2 + b^2 + c^2 \geq 2ab + 2ac + 2bc$$

$$2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2(ab + ac + bc)$$

يعني:

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ba + \frac{bc}{2} + \frac{bc}{2} + ca$$

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq b\left(a + \frac{c}{2}\right) + c\left(a + \frac{b}{2}\right)$$