مادة الرياضيات	الإمتحان التجريبي للسنة الثانية	ثانوية الفتح
مدة الإنجاز : 3 ساعات	باكالوريا علوم تجريبية	نيابة الخميسات
Prof : BENELKHATIR	دورة أبريل 2006	ذ : عبد الله بن لختير

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

■ **مسألة: (07 نقط و نصف)**

-- **الجزء الأول:** نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=\frac{1}{x}+\ln|x|$.

و ليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد وممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1)- حدد D_f ، ثم أحسب النهايتين : $\lim_{x\to 0^+} f(x)$ و $\lim_{x\to 0^-} f(x)$ و اعط تأويلهما الهندسي . (0,75 ن)

2)- حدد النهايتين $\lim_{x\to +\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ ، ثم أدرس الفرعين اللانهائيين ل (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$. (1ن)

3)- أ- بين أن الدالة f قابلة للإشتقاق على D_f و أن : $\forall x\in D_f : f'(x)=\frac{x-1}{x^2}$. (0,25 ن)

ب- إستنتج رتابة الدالة f و أنشيء جدول تغيراتها على D_f . (0,25 ن)

ج- بين أن (C_f) يقطع محور الأفاصيل في نقطة وحيدة أفصولها α ينتمي إلى المجال $\left]-2,-\frac{3}{2}\right[$. (0,5 ن)

4)- بين أن $\forall x\in D_f : f''(x)=\frac{2-x}{x^3}$ ، ثم أدرس تقعر (C_f) و حدد إحداثيتي نقطة إنعطافه Ω . (0,5 ن)

5)- أرسم المماس (T) عند نقطة الإنعطاف Ω و المنحنى (C_f) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. (0,75 ن)

6)- بين أن الدالة العددية F المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ ب: $F(x)=-x+(x+1)\ln x$ دالة أصلية للدالة f على المجال $]0,+\infty[$. (0,25 ن)

7)- إستنتج المساحة الهندسية للحيز D المحصور بين محور الأفاصيل و المنحنى (C_f) و المستقيمين اللذين معادلتهما $x=1$ و $x=e$. (0,25 ن)

-- **الجزء الثاني:**

لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} g(x)=|x|e^{\frac{1}{x}} ; x\in\mathbb{R}^* \\ g(0)=0 \end{cases}$$.

1)- أ- بين أن $\forall x\in\mathbb{R}^* : g(x)=e^{f(x)}$ ، ثم إستنتج النهايتين $\lim_{x\to 0^+} g(x)$ و $\lim_{x\to 0^-} g(x)$ و اعط تأويلهما الهندسي . (0,75 ن)

ب- حدد طبيعة الفرعين اللانهائيين ل (C_g) بجوار $+\infty$ و $-\infty$. (1 ن)

2)- أ- أدرس قابلية إشتقاق الدالة g على يسار $x_0=0$ و اعط التأويل الهندسي للنتيجة المحصل عليها .(0,25 ن)

ب- أحسب $g'(x)$ على $\mathbb{R}^*$ بدلالة $f'(x)$ ، ثم إستنتج تغيرات الدالة g إنطلاقا من تغيرات الدالة f .(0,5 ن)

3)- أنشيء المنحنى (C_g) في معلم متعامد و ممنظم . (0,5 ن)

مادة الرياضيات	الإمتحان التجريبي للسنة الثانية	ثانوية الفتح
مدة الإنجاز : 3 ساعات	باكالوريا علوم تجريبية	نيابة الخميسات
Prof : BENELKHATIR	دورة أبريل 2006	ذ : عبد الله بن لختير

■ **التمرين الأول: (نقطتين و نصف)**

نعتبر المتتاليتين العدديتين $(u_n)_{n\geq 0}$ و $(v_n)_{n\geq 0}$ بحيث :

$\begin{cases} u_0 = e \\ u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n} ; \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$ و $v_n = \ln(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1)- بين أن $(v_n)_{n\geq 0}$ متتالية هندسية و اعط أساسها و حدها الأول . (0,75 ن)

2)- عبر عن الحد العام v_n بدلالة n لكل n من $\mathbb{N}$ ، ثم إستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$. (0,5 ن)

3)- لكل n من $\mathbb{N}^*$ ، نضع $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_{n-1}$ و $P_n = u_0 \times u_1 \times .... \times u_{n-1}$.

أ- عبر عن S_n بدلالة n لكل n من $\mathbb{N}^*$ ، ثم إستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$. (0,5 ن)

ب- عبر عن P_n بدلالة S_n ، ثم إستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n$. (0,75 ن)

■ **التمرين الثاني: (05 نقط)**

يحتوي صندوق على أربع كرات حمراء و كرتين سوداوين لا يمكن التمييز بينها باللمس .

1)- نسحب عشوائيا بالتتابع و بدون إحلال كرتين من الصندوق ، أحسب إحتمال كل حدث من الأحداث التالية :

A_0 " لم تسحب أية كرة سوداء " و A_1 " سحبت كرة واحدة سوداء بالضبط "

و A_2 " الكرتين المسحوبتين سوداوين " (0,75 ن)

2)- بعد السحب الأول بقيت في الصندوق أربع كرات ، نجري سحبا ثانيا لكرتين بالتتابع و بدون إحلال .

و نعتبر الأحداث التالية :

B_0 " لم تسحب أية كرة سوداء عند السحب الثاني "

B_1 " سحبت بالضبط كرة واحدة سوداء عند السحب الثاني "

و B_2 " الكرتين المسحوبتين عند السحب الثاني سوداوين "

أ- أحسب الإحتمالات التالية : $p_{A_0}(B_0)$ و $p_{A_1}(B_0)$ و $p_{A_2}(B_0)$ ، ثم إستنتج $p(B_0)$. (1ن)

ب- أحسب بنفس الطريقة الإحتمالين : $p(B_1)$ و $p(B_2)$. (1 ن)

ج- إذا علمت أنه عند السحب الثاني حصلنا على كرة سوداء بالضبط ، فما هو إحتمال الحصول على كرة واحدة سوداء بالضبط عند السحب الأول ؟ (0,5 ن)

3)- نعتبر الحدث:

R " لكي تسحب الكرتين السوداوين تم بالضبط إجراء السحب الأول والسحب الثاني "

بين أن : $p(R) = \dfrac{1}{3}$. (0,75 ن)

4)- نسحب هذه المرة عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق ، و نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة ممكنة بعدد الكرات الحمراء المكونة لها .

حدد قانون إحتمال المتغير العشوائي X ، ثم أحسب الأمل الرياضي $E(X)$. (1 ن)

■ **التمرين الثالث: (نقطة و نصف)**

في الفضاء (E) منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقطة $\Omega(2,1,1)$ و المستوى (P)

الذي معادلته : $x+2y-3z=10$.

1)- أكتب معادلة ديكارتية للفلكة (S) التي مركزها Ω و شعاعها $r=3$. **(0,5 ن)**

2)- أحسب $d(\Omega,(\mathrm{P}))$ ، ثم إستنتج أن $(S)\cap(\mathrm{P})$ دائرة (C) يتم تحديد مركزها H و شعاعها R . **(1 ن)**

■ **التمرين الرابع: (ثلاث نقط و نصف)**

نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ الحدودية : $P(z)=z^3-2(\sqrt{3}+i)z^2+4(1+i\sqrt{3})z-8i$.

1)- بين أن المعادلة $P(z)=0$ تقبل حلا تخيليا صرفا z_0 ينبغي تحديده . **(0,25 ن)**

2)- تحقق من أن : $\forall z\in\mathbb{C}:P(z)=(z-z_0)(z^2-2\sqrt{3}z+4)$.

ثم أوجد في المجموعة $\mathbb{C}$ العددين z_1 و z_2 حلي المعادلة : $z^2-2\sqrt{3}z+4=0$

حيث $\mathrm{Im}(z_2)\prec 0$. **(0,5 ن)**

3)- أكتب على الشكل المثلثي الأعداد العقدية التالية : z_0 و z_1 و z_2 و z_1-z_0 و z_2-z_0 . **(1,25)**

4)- المستوى العقدي (P) منسوب إلى معلم متعامد و ممنظم $(O,\vec{u},\vec{v})$.

أنشيءالنقط $A(z_0)$ و $B(z_1)$ و $C(z_2)$ ، ثم بين أن الرباعي $OABC$ معين . **(1,5 ن)**