

$$E(1, 4, 1) ; C(5, 6, 10) ; B(3, 4, 6) ; A(1, 2, 2)$$

$$M(x, y, z) \in (S) \Leftrightarrow \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM} = 0 \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(x - 3) + (y - 2)(y - 4) + (z - 2)(z - 6) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 + y^2 - 6y + 8 + z^2 - 8z + 12 = 0$$

$$\boxed{(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 8z + 23 = 0} \quad \text{إذن}$$

$$M(x, y, z) \in (P) \Leftrightarrow \overrightarrow{EM} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \quad \text{أ. (2)}$$

$$\Leftrightarrow (x - 1)(5 - 1) + (y - 4)(6 - 2) + (z - 1)(10 - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x - 4 + 4y - 16 + 8z - 8 = 0$$

$$\boxed{(P) : x + y + 2z - 7 = 0} \quad \text{إذن}$$

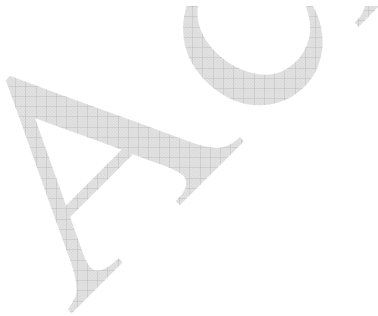
ب. لدينا شعاع الفلحة (S) هو $\frac{AB}{2}$ أي $\sqrt{6}$ ومركزها منتصف

القطعة [AB] أي I(2, 3, 4)

$$d(I, (P)) = \frac{|2 + 3 + 8 - 7|}{\sqrt{1 + 1 + 4}} = \frac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6} \quad *$$

* بما أن $1 + 2 + 4 - 7 = 0$ فإن $A \in (P)$

الخلاصة : لدينا A نقطة مشتركة بين الفلحة (S) والمستوى (P) و $d(I, (P)) = \sqrt{6}$ و $\sqrt{6}$ هو شعاع (S).



إذن المستوى (P) مماس للفلكة (S) في A.

$$(S') : (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z - 4)^2 = 6 \quad (3)$$

$$(Q) : x + y - z - 4 = 0$$

أ - نلاحظ أن $(S) = (S')$ ، إذن مركز (S') هو $I(2, 3, 4)$

وشعاعها $R = \sqrt{6}$.

$$d(I, (Q)) = \frac{|2 + 3 - 4 - 4|}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

بما أن $\sqrt{3} < \sqrt{6}$ فإن المستوى (Q) يقطع الفلكة (S') حسب دائرة (C).

ب - * شعاع الدائرة (C) هو : $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{6 - 3}$

$$r = \sqrt{3}$$

أي

* $H(x, y, z)$ مركز الدائرة (C) هو المسقط العمودي للنقطة

$I(2, 4, 4)$ على المستوى (Q).

إذن H تحقق الشرطين التاليين : $H \in (Q)$ و $(IH) \perp (Q)$

$$\begin{cases} H \in (Q) \\ (IH) \perp (Q) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y - z - 4 = 0 \\ \vec{IH} = \lambda \vec{n} ; \vec{n}(1, 1, -1) \text{ و } \lambda \in \mathbb{R} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y - z - 4 = 0 \\ x - 2 = \lambda \\ y - 3 = \lambda \\ z - 4 = -\lambda \end{cases} \quad (\lambda \in \mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (2 + \lambda) + (3 + \lambda) - (4 - \lambda) - 4 = 0 \\ x = 2 + \lambda \\ y = 3 + \lambda \\ z = 4 - \lambda \end{cases} \quad (\lambda \in \mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3\lambda - 3 = 0 \\ x = 2 + \lambda \\ y = 3 + \lambda \\ z = 4 - \lambda \end{cases} \quad (\lambda \in \mathbb{R})$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \text{ و } y = 4 \text{ و } z = 3$$

الخلاصة : مركز الدائرة (C) هو $H(3, 4, 3)$ وشعاعها $\sqrt{3}$.

Achamel