نعتبر المتتالية العددية (u_n) بحيث :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{8}\left(1 + \sqrt[3]{u_n}\right)^3 \ ; \ n \geq 0 \end{cases}$$

1) احسب u_1 و u_2.

2) بين بالترجع أن : $\forall n \in \mathbb{N} \ ; \ 0 \leq u_n < 1$

3) أثبت أن المتتالية (u_n) تزايدية .

4) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة.

5) نضع، لكل n من $\mathbb{N}$: $a_n = \sqrt[3]{u_n} - 1$

أ ـ بين أن المتتالية (a_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

ب ـ احسب u_n بدلالة n واحسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$.

ج ـ نعتبر المجموع : $S_n = \sqrt[3]{u_0} + \sqrt[3]{u_1} + ... + \sqrt[3]{u_n}$

اكتب S_n بدلالة n واحسب $\lim_{n \to +\infty} S_n$.