1) . نعلم أنه لكل x من $\mathbb{R}$ $1 + e^x > 0$ إذن $D_f = \mathbb{R}$

- النهايات عند محدات D_f :

. $\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} (\ln(1+e^x) - 1) = -1$

(لأن $\lim_{x \to -\infty} \ln(1+e^x) = 0$)

إذن $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -1$

. $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} (\ln(1+e^x) - 1) = +\infty$

إذن $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

2) أ- $f'(x) = \dfrac{e^x}{1+e^x}$: $\forall x \in \mathbb{R}$

بما أن لكل x من $\mathbb{R}$: $e^x > 0$ و $1 + e^x > 0$ فإن $f'(x) > 0$ لكل x من $\mathbb{R}$

ب- جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		+	
$f(x)$	-1	↗	$+\infty$

3) أ- لكل x من $\mathbb{R}$:

$$f(x) - x = \ln(1+e^x) - 1 - x$$
$$= \ln(1+e^x) - \ln(e^x) - 1$$
$$= \ln\left(\frac{1+e^x}{e^x}\right) - 1$$

إذن : $\forall x \in \mathbb{R} : f(x) - x = \ln\left(\dfrac{1+e^x}{e^x}\right) - 1$

- لدينا : $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1+e^{x}}{e^{x}} = \lim\limits_{x \to +\infty} (e^{-x}+1) = 1$

إذن : $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln\left(\dfrac{1+e^{x}}{e^{x}}\right) = 0$

وبالتالي $\lim\limits_{x \to +\infty} (f(x) - x) = -1$

ب- من السؤال السابق نستنتج أن :

$$\lim_{x \to +\infty} (f(x) - x + 1) = 0$$

إذن المستقيم ذي المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C) جوار $+\infty$

- بما أن $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -1$ فإن المستقيم ذي المعادلة $y = -1$ مقارب للمنحنى (C) جوار $-\infty$

ج- نقط تقاطع (C) مع محور الأفاصيل :

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \ln(1 + e^{x}) = 1$$
$$\Leftrightarrow 1 + e^{x} = e$$
$$\Leftrightarrow e^{x} = e - 1$$
$$\Leftrightarrow x = \ln(e - 1)$$

وبالتالي (C) يقطع محور الأفاصيل في النقطة التي أفصولها $\ln(e-1)$

- (C) يقطع محور الأراتيب في النقطة $(0, f(0))$ أي $(0, -1 + \log 2)$

د-