

(1) . نعلم أنه لكل x من \mathbb{R} $1 + e^x > 0$ إذن $D_f = \mathbb{R}$

- النهايات عند محددات D_f :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (\ln(1 + e^x) - 1) = -1$$

$$\left(\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(1 + e^x) = 0 \text{ لأن } \right)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1 \quad \text{إذن}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (\ln(1 + e^x) - 1) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \quad \text{إذن}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : f'(x) = \frac{e^x}{1 + e^x} - 1 \quad (2)$$

بما أن لكل x من \mathbb{R} $e^x > 0$ و $1 + e^x > 0$ فإن $f'(x) > 0$ لكل x من \mathbb{R}

ب- جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		+
$f(x)$	-1	$+\infty$

(3) - أ- لكل x من \mathbb{R} :

$$\begin{aligned} f(x) - x &= \ln(1 + e^x) - 1 - x \\ &= \ln(1 + e^x) - \ln(e^x) - 1 \\ &= \ln\left(\frac{1 + e^x}{e^x}\right) - 1 \end{aligned}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} : f(x) - x = \ln\left(\frac{1 + e^x}{e^x}\right) - 1 \quad \text{إذن}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1+e^x}{e^x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{-x} + 1) = 1 \quad \text{- لدينا}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left(\frac{1+e^x}{e^x} \right) = 0 \quad \text{إذن :}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) = -1 \quad \text{وبالتالي}$$

ب- من السؤال السابق نستنتج أن :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x + 1) = 0$$

إذن المستقيم ذي المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C) جوار $+\infty$

- بما أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$ فإن المستقيم ذي المعادلة $y = -1$ مقارب

للمنحنى (C) جوار $-\infty$

ج- نقط تقاطع (C) مع محور الأفاصيل :

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \ln(1 + e^x) = 1$$

$$\Leftrightarrow 1 + e^x = e$$

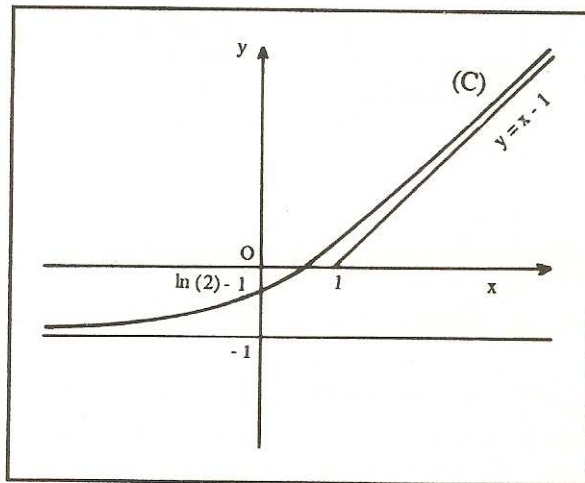
$$\Leftrightarrow e^x = e - 1$$

$$\Leftrightarrow x = \ln(e - 1)$$

وبالتالي (C) يقطع محور الأفاصيل في النقطة التي أفصولها $\ln(e - 1)$

- (C) يقطع محور الأرتاب في النقطة $(0, f(0))$ أي $(0, -1 + \log 2)$

- د



Achamel