1) أ– تحديد الجداء المتجهي :

لدينا : $\overrightarrow{AB}(2-3\,,\,2-4\,,\,4-(-2))$ أي $\overrightarrow{AB}(-1,-2,6)$

و $\overrightarrow{AC}(4-3\,,\,4-4\,,\,-4-(-2))$ أي $\overrightarrow{AC}(1\,,\,0\,,\,-2)$

ومنه :

$$\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix}-2 & 0\\ 6 & -2\end{vmatrix}\vec{i} - \begin{vmatrix}-1 & 1\\ 6 & -2\end{vmatrix}\vec{j} + \begin{vmatrix}-1 & 1\\ -2 & 0\end{vmatrix}\vec{k}$$
$$= 4\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$$

مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ هو $(4\,,\,4\,,\,2)$.

ب– معادلة ل (ABC) :

$\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ متجهة منظمية على (ABC). ومنه :

$4x+4y+2z+\alpha = 0$ حيث $\alpha \in IR$ معادلة لـ (ABC).

بما أن $A(3,4,-2)$ تنتمي الى (ABC)

فإن $4(3)+4(4)+2(-2)+\alpha = 0$ أي : $\alpha = -24$.

إذن : $4x+4y+2z-24 = 0$ أي $2x+2y+z-12 = 0$

معادلة لـ (ABC).

2) أ– (D) عمودي على (ABC) :

من معادلتي (D) نستنتج أن $\vec{u}(2,2,1)$ متجهة موجهة لـ (D).

بما أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ و $\vec{u}$ مستقيميتان فإن $\vec{u}$ متجهة منظمية على (ABC).

إذن : (D) عمودي على المستوى (ABC)

ب– مسافة Ω عن (D) :

من معادلتي (D) نستنتج أن (D) يمر بالنقطة E(1,1,–1).

إذن : $$d(\Omega,(D)) = \frac{\| \overrightarrow{E\Omega} \wedge \vec{u} \|}{\| \vec{u} \|}$$

وبما أن $\overrightarrow{E\Omega}(1\,,\,1\,,\,-1)$ فإن :

$$\overrightarrow{E\Omega} \wedge \vec{u} = 3\,\vec{i} - 3\,\vec{j}$$

وبالتالي : $$d(\Omega,(D)) = \frac{\sqrt{3^2+3^2}}{\sqrt{4+4+1}} = \sqrt{2}$$

جـ– معادلة (S) :

بما أن (D) مماس لِ(S) فإن شعاع (S) هو مسافة Ω عن (D).

ومنه : (S) فلكة مركزها Ω(2,2–2) وشعاعها $\sqrt{2}$.

اذن معادلة (S) هي : $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 2$

اي : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y + 4z + 10 = 0$

د– مسافة Ω عن (ABC) :

$$d(\Omega\,,(ABC)) = \frac{|2\,(2) + 2\,(2) + (-2) - 12|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = \frac{6}{3} = 2$$

بما أن $\sqrt{2} < 2$ فإن تقاطع (S) مع المستوى (ABC) هو المجموعة الفارغة.