1) حساب الجداء المتجهي :

لدينا : $\overrightarrow{AB}(0-(-1), -1-0, 4-(-3))$ أي $\overrightarrow{AB}(1, -1, 7)$

و ، $\overrightarrow{AC}(-1-(-1), -1-0, 7-(-3))$ أي $\overrightarrow{AC}(0, -1, 10)$

ومنه $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 7 & 10 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 7 & 10 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} \vec{k}$

إذن : $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = -3\vec{i} - 10\vec{j} - \vec{k}$

استنتاج معادلة (ABC) :

المتجهة $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ متعامدة مع $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ .

ومنه $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ منظمية على المستوى (ABC).

اذن : معادلة (ABC) تكتب $-3x - 10y - z + \alpha = 0$ حيث $\alpha \in IR$.

بما أن $A(-1, 0, -3)$ تنتمي الى (ABC) فإن :

$-3(-1) - 10(0) - (-3) + \alpha = 0$ أي : $\alpha = -6$

وبالتالي : معادلة ديكارتية لـ (ABC) هي :

$-3x - 10y - z - 6 = 0$ أي $3x + 10y + z + 6 = 0$

2) مركز وشعاع (S) :

بما أن $y = 3$ يقطع (S) وفق دائرة مركزها $\omega$ فإن $\Omega$ مركز S ينتمي الى المستقيم $(\Delta)$ العمودي على $y = 3$ والمار من $\omega(1,3,1)$.

وبما أن $(0, 1, 0)$ متجهة منظمية على $y = 3$ فان تمثيلا بارامتريا لـ $(\Delta)$ هو :

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 + \lambda \\ z = 1 \end{cases} \qquad (\lambda \in IR)$$

وبما أن $\Omega$ ينتمي الى (ABC) فان مثلوث احداثياته هو حل للنظمة :

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 3 + \lambda \\ z = 1 \\ 3x + 10y + z + 6 = 0 \end{cases} \quad \text{أي} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \\ z = 1 \\ \lambda = -4 \end{cases}$$

بما أن شعاع الدائرة هو 3 فإن :

$R^2 = \Omega\omega^2 + (3)^2$ حيث R هو شعاع (S).

$$R^2 = (1-1)^2 + (3-(-1))^2 + (1-1)^2 + 9 = 25$$

إذن : شعاع الفلكة هو 5.