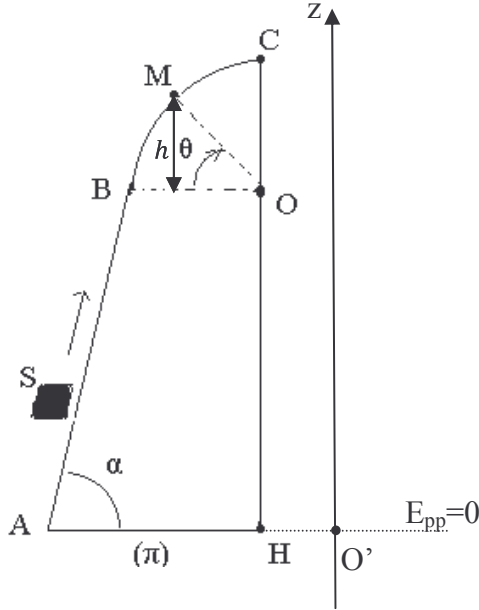


حل التمرين 08



.1

تعبير طاقة الوضع الثقالية : $E_{pp} = mgz + C$

$$z = 0, E_{pp} = 0 \Rightarrow C = 0$$

نستنتج : $E_{pp} = mgz$ تعبير الطاقة الميكانيكية : $E_m = E_{pp} + E_c$

: عند النقطة A

$$E_{pp_A} = 0 ; E_{c_A} = \frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow E_{m_A} = \frac{1}{2}mv_A^2$$

: عند النقطة B

$$E_{pp_B} = mgz_B ; E_{c_B} = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow E_{m_A} = mgz_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

بسبب غياب الاحتكاك ، تحتفظ الطاقة الميكانيكية

طول المسار AB :

$$E_{m_A} = E_{m_B} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mgz_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gz_B}$$

$$z_B = AB \sin \alpha \Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gAB \sin \alpha}$$

$$v_B = \sqrt{25 - 2 \times 10 \times \sin 60} = 2,77 \text{ m.s}^{-1} \text{ : تطبيق عددي}$$

.2 تعبير الطاقة الميكانيكية بالنقطة M :

$$E_{m_M} = E_{pp_M} + E_{c_M}$$

$$E_{c_M} = \frac{1}{2}mv_M^2 \quad E_{pp_M} = mgz_M$$

$$z_M = z_B + h = AB \sin \alpha + r \sin \theta$$

$$\Rightarrow E_{m_M} = mg(AB \sin \alpha + r \sin \theta) + \frac{1}{2}mv_M^2$$

$$E_{m_M} = E_{m_A}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mg(AB \sin \alpha + r \sin \theta) + \frac{1}{2}mv_M^2$$

$$\Rightarrow v_M = \sqrt{v_A^2 - 2g(AB \sin \alpha + r \sin \theta)}$$

عندما يتوقف الجسم S :

$$v_M = 0 \Rightarrow v_A^2 - 2g(AB \sin \alpha + r \sin \theta_{\max}) = 0$$

$$\Rightarrow \sin \theta_{\max} = \frac{1}{r} \left(\frac{v_A^2}{2g} - AB \sin \alpha \right)$$

$$\sin \theta_{\max} = 0,77 \Rightarrow \theta_{\max} \approx 50^\circ \text{ : تطبيق عددي}$$

.3

.3.1 الحركة تتم بدون احتكاك ، الطاقة الميكانيكية تحتفظ :

نحدد قيمة السرعة الدنوية التي يجب أن ينطلق بها الجسم لكي يبلغ النقطة C بدون سرعة :

$$Em_C = Em_A$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 + mg(AB \sin \alpha + r) = \frac{1}{2}mv_{Amin}^2$$

$$\Rightarrow v_C = 0 \Rightarrow v_{Amin} = \sqrt{2g(AB \sin \alpha + r)}$$

$$v_{Amin} = 5,22 \text{ ms}^{-1} \quad \text{تطبيق عددي :}$$

3.2. فرق الطاقة الميكانيكية بين A و C يساوي شغل قوى الإحتكاك من A حتى C :

$$Em_C - Em_A = W(\vec{f})$$

$$\left(\frac{1}{2}mv_C^2 + mgz_C\right) - \left(\frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A\right) = W(\vec{f})$$

$$W(\vec{f}) = -f \cdot AB - f \frac{2\pi r}{4} = -f\left(AB + \frac{\pi r}{2}\right)$$

$$v_C = 0 \quad ; \quad z_A = 0 \Rightarrow mgz_C - \frac{1}{2}mv_{Amin}^2 = W(\vec{f})$$

$$\Rightarrow mgz_C - \frac{1}{2}mv_{Amin}^2 = -f\left(AB + \frac{\pi r}{2}\right)$$

$$\Rightarrow mg(AB \sin \alpha + r) - \frac{1}{2}mv_{Amin}^2 = -f\left(AB + \frac{\pi r}{2}\right)$$

$$\Rightarrow v_{Amin} = \sqrt{2g(AB \sin \alpha + r) + \frac{f}{m}(2AB + \pi r)}$$

$$v_{Amin} = 6,45 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{تطبيق عددي :}$$