

I. تعاريف:

ليكن a و b عددين حقيقيين.

1. نقول إن a أصغر من أو يساوي b , و نكتب $a \leq b$, إذا كان $(b-a) \in \mathbb{R}^+$
2. نقول إن a أكبر من أو يساوي b , و نكتب $a \geq b$, إذا كان $(a-b) \in \mathbb{R}^+$
3. نقول إن a أصغر قطعاً من b , و نكتب $a < b$, إذا كان $(b-a) \in \mathbb{R}_+^*$
4. نقول إن a أكبر قطعاً من b , و نكتب $a > b$, إذا كان $(a-b) \in \mathbb{R}_+^*$

ملحوظة:

a و b عدنان حقيقيان.

- $a \leq b$ يكافئ $a < b$ أو $a = b$
- إذا كان $a < b$ فإن $a \leq b$
- مقارنة a و b يعني البحث عن التعبير الصحيح من بين التعابير التالية: $a < b$, $a > b$, $a = b$

أمثلة: لدينا: $3 < \sqrt{5}$, $-\frac{1}{3} < -7$, $2,14 < \pi$

نضع $a = 2 + \sqrt{3}$ و $b = 2\sqrt{3}$

لدينا $a - b = 2 - \sqrt{3}$, و بما أن $2 - \sqrt{3}$ عدد حقيقي موجب قطعاً أي: $(a-b) \in \mathbb{R}_+^*$ فإن: $a > b$

II. خاصيات:

لتكن a و b و c و d أعداداً حقيقية.

خاصية:

إذا كان $a \leq b$ و $b \leq c$ فإن $a \leq c$

ملحوظة:

إذا كان $a \leq b$ و $b < c$ فإن $a < c$

الخاصية (1) تعني أنه لمقارنة a و c يكفي مقارنة a و b مع نفس العدد b .

مثال:

لدينا: $1 < \frac{30}{31}$ و $\frac{114,01}{114} < 1$ و منه فإن: $\frac{30}{31} < \frac{114,01}{114}$

خاصية الترتيب و الجمع:

- $a \leq b$ يكافئ $a + c \leq b + c$
- إذا كان $a \leq b$ و $c \leq d$ فإن $a + c \leq b + d$
- إذا كان $a \geq 0$ و $b \geq 0$ فإن $a + b \geq 0$ و $ab \geq 0$.

خاصية الترتيب و الضرب:

- إذا كان $c > 0$, فإن: $a \leq b$ يكافئ $ac \leq bc$
- إذا كان $c < 0$, فإن: $a \leq b$ يكافئ $ac \geq bc$
- إذا كان $0 \leq a \leq b$ و $0 \leq c \leq d$ فإن $0 \leq ac \leq bd$
- إذا كان $a \leq 0$ و $b \leq 0$ فإن $a + b \leq 0$ و $ab \geq 0$.

خاصية الترتيب و المقلوب:

a و b عدنان حقيقيان غير منعدمين و لهما نفس إشارة ($ab > 0$)

$$\frac{1}{b} \leq \frac{1}{a} \text{ يكافئ } a \leq b$$

▪ إذا كان $a \leq b$ و $c < d$ فإن $a + c < b + d$.
خاصية الترتيب و المربع- الترتيب و الجذر المربع:

و a و b عددين حقيقيين موجبان.

▪ $a \leq b$ يكافئ $a^2 \leq b^2$

▪ $a \leq b$ يكافئ $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$

▪ لكل a من \mathbb{R} : $a^2 \geq 0$

ملحوظة:

جميع الخاصيات السابقة تبقى صحيحة اذا عوضنا الرمز \leq بأحد الرموز: \geq أو $<$ أو $>$.

إذا كان $a \leq 0$ و $b \leq 0$ يكافئ $a^2 \geq b^2$

أمثلة

مثال 1: $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$

قارن: $a^2 + b^2$ و $2ab$.

مثال 2: لتكن $1 \leq x \leq 5$ و $7 \leq y \leq 8$

أعط تأطيرا لكل من $x + y$, $x - y$, $2x$, $3x - 2y$, $\frac{x}{y}$

III. المجالات:

ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث $a < b$. ندرج في الجدولين التاليين جميع أنواع المجالات و تمثيلها على المستقيم العددي.

المجالات المحدودة:

المتفاوتة	المجال
$a \leq x \leq b$	$[a, b]$
$a < x \leq b$	$]a, b]$
$a \leq x < b$	$[a, b[$
$a < x < b$	$]a, b[$

المجالات غير المحدودة

المتفاوتة	المجال
$x > b$	$]b, +\infty[$
$x \geq b$	$[b, +\infty[$
$x \leq a$	$]-\infty, a]$
$x < a$	$]-\infty, a[$

مصطلحات:

الرمزان $+\infty$ و $-\infty$ ليسا بعددين

- $+\infty$ تقرأ: زائد اللانهاية, $-\infty$ تقرأ: ناقص اللانهاية.
- $]a, b]$ يقرأ: "المجال المغلق a , b " أو "القطعة a , b "
- $]a, b[$ يقرأ "المجال المفتوح a , b "
- $]a, +\infty[$ يقرأ "المجال a , زائد اللانهاية, مفتوح من a "

ملحوظة:

$\mathbb{R}^- =]-\infty, 0]$ و $\mathbb{R}^+ = [0, +\infty[$

$\mathbb{R}_-^* =]-\infty, 0[$ و $\mathbb{R}_+^* = [0, +\infty[$