

7	المعامل :	الرياضيات	المادة :
3 س	مدة الإنجاز :	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	الشعب(ة) :

### معلومات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة العلمية غير القابلة للبرمجة ؛
- مدة إنجاز موضوع الامتحان : 3 ساعات ؛
- عدد الصفحات : 3 صفحات (الصفحة الأولى تتضمن معلومات والصفحتان المتبقيتان تتضمنان تمارين الامتحان) ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان في الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة.

### معلومات خاصة

- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها وتوزع حسب المجالات كما يلي :

النقطة الممنوحة	المجال	التمرين
3 نقط	الهندسة الفضائية	التمرين الأول
3 نقط	الأعداد العقدية	التمرين الثاني
3 نقط	حساب الاحتمالات	التمرين الثالث
3 نقط	المتتاليات العددية	التمرين الرابع
8 نقط	دراسة دالة وحساب التكامل	التمرين الخامس

- بالنسبة للتمرين الرابع (السؤال الثالث)،  $\ln$  يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري.

الموضوع	التنقيط
<p><b>التمرين الأول : (2,5 ن)</b></p> <p>(1) أ - حل في <math>\mathbb{R}</math> المعادلة <math>x^2 + 4x - 5 = 0</math>.</p> <p>ب - حل في المجال <math>]0, +\infty[</math> المعادلة: <math>\ln(x^2 + 5) = \ln(x + 2) + \ln(2x)</math></p> <p>(2) حل في المجال <math>]0, +\infty[</math> المتراجحة: <math>\ln x + \ln(x+1) \geq \ln(x^2+1)</math></p>	<p>0,5</p> <p>1</p> <p>1</p>
<p><b>التمرين الثاني : (3 ن)</b></p> <p>نعتبر المتتالية العددية <math>(u_n)</math> المعرفة بما يلي: <math>u_0 = 1</math> و <math>u_{n+1} = \frac{u_n}{5+8u_n}</math> لكل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math>.</p> <p>(1) بين بالتراجع أن <math>u_n &gt; 0</math> لكل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math>.</p> <p>(2) نضع: <math>V_n = \frac{1}{u_n} + 2</math> لكل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math>.</p> <p>أ - بين أن <math>(V_n)</math> متتالية هندسية أساسها 5 ثم اكتب <math>V_n</math> بدلالة <math>n</math>.</p> <p>ب - بين أن <math>U_n = \frac{1}{3 \times 5^n - 2}</math> لكل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math> ثم احسب نهاية المتتالية <math>(U_n)</math></p>	<p>0,5</p> <p>1,5</p> <p>1</p>
<p><b>التمرين الثالث : (5 ن)</b></p> <p>(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية <math>\mathbb{C}</math> المعادلة: <math>z^2 - 18z + 82 = 0</math>.</p> <p>(2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر <math>(O, \vec{u}, \vec{v})</math> ، النقط <math>A</math> و <math>B</math> و <math>C</math> التي أحقاها على التوالي هي <math>a = 9 + i</math> و <math>b = 9 - i</math> و <math>c = 11 - i</math></p> <p>أ - بين أن <math>\frac{c-b}{a-b} = -i</math> ثم استنتج أن المثلث <math>ABC</math> قائم الزاوية ومتساوي الساقين في <math>B</math>.</p> <p>ب - أعط الشكل المثلثي للعدد العقدي <math>4(1 - i)</math>.</p> <p>ج - بين أن <math>(c - b)(c - a) = 4(1 - i)</math> ثم استنتج أن <math>AC \times BC = 4\sqrt{2}</math>.</p> <p>د - ليكن <math>Z</math> لحق نقطة <math>M</math> من المستوى و <math>Z'</math> لحق النقطة <math>M'</math> صورة <math>M</math> بالدوران <math>R</math> الذي مركزه النقطة <math>B</math> وزاويته <math>\frac{3\pi}{2}</math>.</p> <p>بين أن <math>z' = -iz + 10 + 8i</math> ثم تحقق من أن لحق النقطة <math>C'</math> صورة النقطة <math>C</math> بالدوران <math>R</math> هو <math>9 - 3i</math>.</p>	<p>1</p> <p>1</p> <p>0,5</p> <p>1</p> <p>1,5</p>

التمرين الرابع : (9,5 ن)	
I - تعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $g(x) = (1-x)e^x - 1$	
(1) أ - بين أن $g'(x) = -xe^x$ لكل $x$ من $\mathbb{R}$ .	0,5
ب - بين الدالة $g$ تناقصية على $[0, +\infty[$ وتزايدية على $]-\infty, 0]$ وتحقق من أن $g(0) = 0$	0,75
(2) استنتج أن: $g(x) \leq 0$ لكل $x$ من $\mathbb{R}$ .	0,5
II - تكن $f$ الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x) = (2-x)e^x - x$	
وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة $f$ في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة 1cm)	
(1) أ - بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .	0,5
ب - بين أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعاً شامياً بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه.	0,75
(2) أ - بين أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x]$ (نذكر أن: $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$ ).	0,75
ب - بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = -x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$ .	0,25
(3) أ - بين أن: $f'(x) = g(x)$ لكل $x$ من $\mathbb{R}$ .	0,5
ب - أول هندسيا النتيجة $f'(0) = 0$ .	0,25
ج - بين أن الدالة $f$ تناقصية قطعاً على $\mathbb{R}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة $f$ .	0,5
(4) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلاً وحيداً $\alpha$ في $\mathbb{R}$ وأن $2 < \alpha < \frac{3}{2}$ (تقبل أن $e^{\frac{3}{2}} > 3$ )	0,5
(5) أ - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x) + x = 0$ واستنتج أن (C) و (D) يتقطعان في النقطة $A(2, -2)$ .	0,5
ب - ادرس إشارة $f(x) + x$ على $\mathbb{R}$ .	0,25
ج - استنتج أن (C) يوجد فوق (D) على $]-\infty, 2[$ وتحت (D) على $]2, +\infty[$ .	0,25
(6) أ - بين أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثيتها هو $(0, 2)$ .	0,5
ب - أنشئ المستقيم (D) والمنحنى (C) في نفس المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .	1
(7) أ - باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن: $\int_{-1}^0 (2-x)e^x dx = 3 - \frac{4}{e}$ .	1
ب - استنتج بـ $cm^2$ مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) والمستقيم (D) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = -1$ .	0,25