الدرس 4 : المجموعات IN و Z و ID و Q و IR

عناصر التوجيهات التربوية	مكونات المقرر الرسمي
✓ يتم توليف مختلف المعارف المكتسبة حول الأعداد ثم إدخال الرموز الخاصة بمجموعات هذه الأعداد و التمييز بينها. ✓ انطلاقا من أنشطة وتمارين يقدم الجذر المربع لعدد صحيح طبيعي الذي ليس مربعا كاملا، كمثال لعدد لا جذري. ✓ انطلاقا من أنشطة، يتم التذكير بخصائص العمليات في المجموعة *IR* وبمختلف المتطابقات الهامة التي ينبغي تدعيمها بالمتطابقتين $a^3 + b^3$ و $a^3 - b^3$ ✓ ان خصائص وتقنيات العمليات في *IN* يجب صيانتها وتدعيمها كلما سنحت الفرصة وفي مختلف فصول المقرر.	✓ كتابة وترميز ✓ أمثلة من أعداد لا جذرية ✓ العمليات في IR وخاصياتها. ✓ القوى وخاصياتها: قوى العدد 10، الكتابة العلمية لعدد عشري. ✓ المتطابقات : $(a+b)^2$ و $(a-b)^2$ و a^2-b^2 و a^3+b^3 و a^3-b^3 ✓ النشر و التعميل

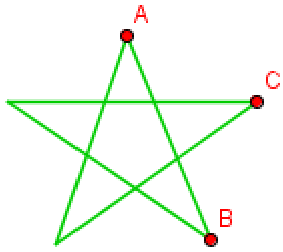
مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية ومبادئ في الحسابيات

<u>تقديم</u>: لا يخلو فرع من فروع الرياضيات من استخدام مفهوم المجموعات حيث يتوخى برنامج هذه السنة بالنسبة للجذع العلمي:

- ✓ التمييز بين مختلف أنواع الأعداد وفهمها في مجموعات وذلك بادراك خاصياتها التي تميز بينها.
- ✓ اعتماد ترميز خاص بكل مجموعة من تلك المجموعات ثم ادراك العلاقات التي تربط بينها.
- ✓ ادراك أهمية التعابير الجبرية ومكانتها المتميزة في الحساب العددي، و التعامل مع كتابات مختلفة لها، ثم اجادة توظيفها حسب الوضعية المدروسة.

العلم المغربي و العدد الذهبي

$$\frac{AB}{AC}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$$



www.monprofbadr.com

I. المجموعات IN و Z و ID و Q و IR

<u>أنشطة:</u>

$a \in E$ تعني a عنصر من E و تقرأ a تنتمي إلى E . ضع العلامة (X) في الخانات المناسبة:

	5	$-\frac{250}{3}$	3.14	-4	π	$\sqrt{2}$	$\sqrt{100}$	$1.333....$
$\in IN$	X						X	
$\in Z$	X			X			X	
$\in ID$	X		X	X			X	
$\in Q$	X	X	X	X			X	X
$\in IR$	X	X	X	X	X	X	X	X

1) مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية:

تذكير:

- ✓ مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية هي : $IN = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6 \dots\dots.\}$
- ✓ الأعداد الصحيحة الطبيعية ومقابلاتها تكون مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية يرمز لها ب Z نكتب:

$$Z = \{\dots\dots.; -4; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4 \dots\dots.\}$$

-5 عدد صحيح نسبي نكتب $-5 \in Z$

$\sqrt{3}$ ليس عددا صحيحا نسبيا نكتب $\sqrt{3} \notin Z$

0 العدد الصحيح النسبي المنعدم.

- ✓ نرمز لمجموعة الأعداد الصحيحة النسبية الغير المنعدمة ب Z^*

ملاحظة: كل عدد صحيح طبيعي هو عدد صحيح نسبي. نقول إن المجموعة IN جزء من المجموعة Z أو المجموعة IN ضمن المجموعة Z، نكتب : $IN \subset Z$

2) مجموعة الأعداد العشرية:

نشاط: اكتب الأعداد التالية على شكل $\frac{a}{10^n}$ حيث: $a \in Z$ و $n \in IN$:

3.12 ، 7 ، -3 ، -0.256

حل النشاط:

$$3.12 = \frac{312}{10^2} \quad ; \quad 7 = \frac{7}{10^0} \quad ; \quad -3 = \frac{-3}{10^0} \quad ; \quad -0.256 = \frac{-256}{10^3}$$

تعريف: كل عدد عشري له كتابة كسرية على شكل $a \in Z$ و $n \in IN$ يسمى عددا عشريا، نرمز لمجموعة الأعداد العشرية ب ID

نتائج:

- ✓ العدد العشري له كتابة بعدد منته من الأرقام على يمين الفاصلة.
- ✓ كل عدد صحيح نسبي a هو عدد عشري (لأنه يمكن كتابته على شكل $\frac{a}{10^0}$) اذن: $IN \subset Z \subset ID$

3) مجموعة الأعداد الجذرية:

تعريف: العدد الجذري هو كل عدد يمكن كتابته على شكل $\frac{a}{b}$ حيث $a \in Z$ و $b \in Z^*$. يرمز لمجموعة الأعداد الجذرية ب Q.

أمثلة:

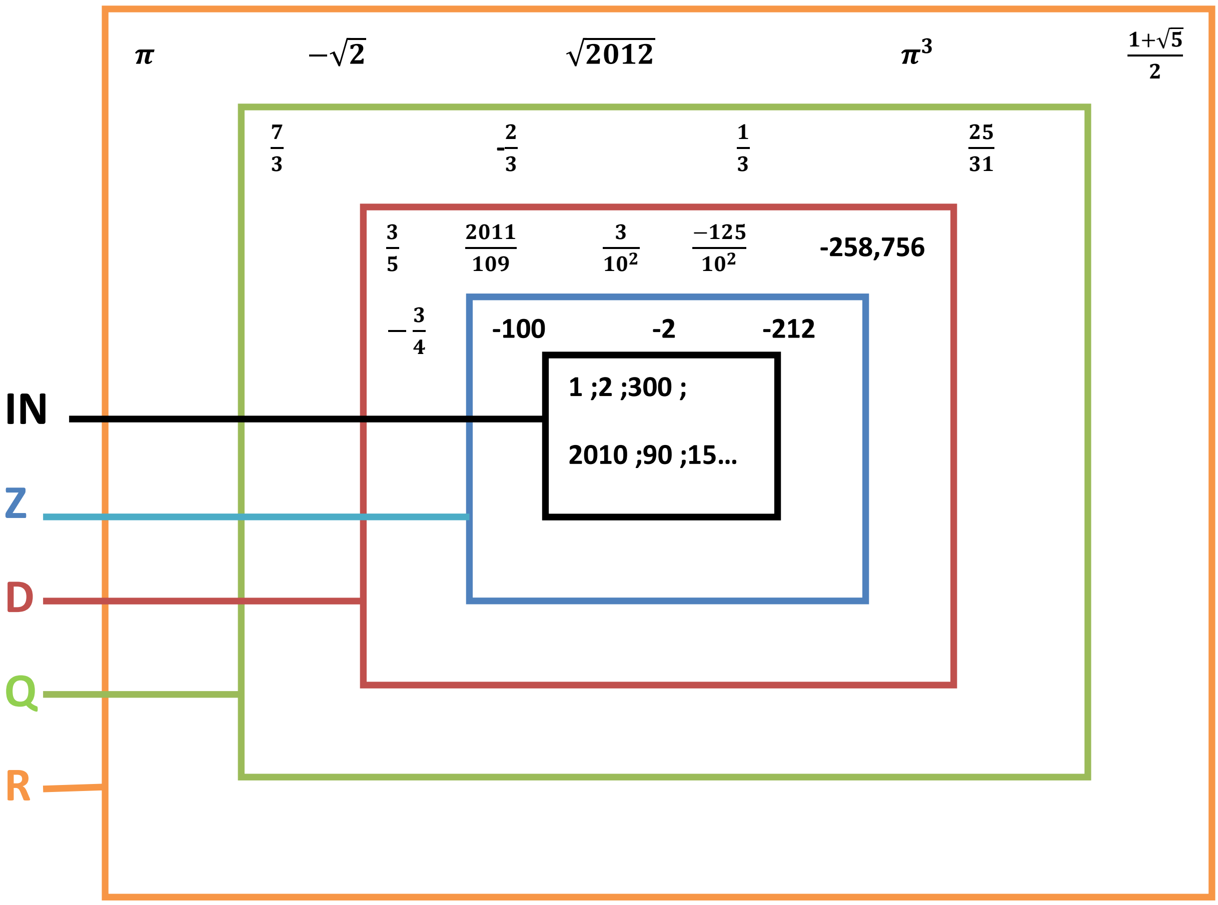
- $\frac{-3}{7}$ عدد جذري.
- 6 عدد جذري.
- -1,36 عدد جذري.
- π عدد لا جذري.
- $\sqrt{3}$ عدد لا جذري.

نتيجة: كل عدد عشري نسبي هو عدد جذري، ونكتب : $IN \subset Z \subset ID \subset Q$

4) مجموعة الأعداد الحقيقية:

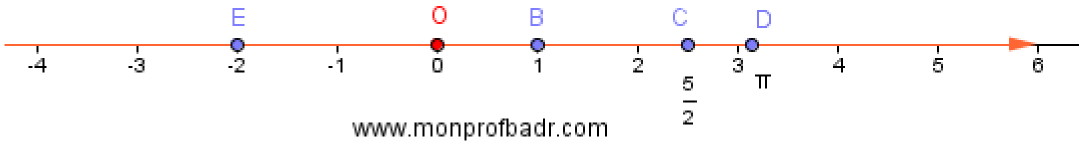
- ✓ قطر مربع ضلعه 1 هو $\sqrt{2}$
- ✓ نصف محيط دائرة شعاعها 1 هو عدد لا جذري يرمز له ب π
- ✓ توجد مقادير لا يمكن التعبير عنها بأعداد جذرية مثل هذه المقادير نعبر عنها بأعداد لا جذرية.
- ✓ الأعداد الجذرية والأعداد اللاجذرية تكون مجموعة تسمى مجموعة الأعداد الحقيقية، يرمز لها بالرمز *IR*.

نتيجة: كل عدد جذري هو عدد حقيقي. $IN \subset Z \subset ID \subset Q \subset IR$



تمثيل المجموعة IR:

- ✓ نمثل المجموعة IR على مستقيم مدرج $\Delta(O,I)$
- ✓ كل نقطة على $\Delta(O,I)$ تقبل عددا وحيدا أفصولا لها.
- ✓ كل عدد حقيقي هو أفصول لنقطة وحيدة من المستقيم $\Delta(O,I)$



D هي النقطة ذات الأفصول π ، نكتب: $D(\pi)$

II. العمليات في المجموعة IR وخاصياتها:

نشاط:

1.- أحسب كل عدد من الأعداد التالية:

$$A = [17 - (5 - 18)] - [12 + (2 - 7)]$$

$$B = \frac{5}{3}\left(3 - \frac{1}{5} - \frac{4}{3}\right) + \left(6 - \frac{2}{15}\right)\left(4 - \frac{7}{5} + \frac{2}{3}\right)$$

$$D = 2 - \frac{1 + \frac{3}{4}}{3 + \frac{4}{9}} \quad ; \quad C = 2 - 2 * \frac{1}{3} + \frac{1}{3} * \frac{6}{5} - \frac{2}{5} \div \frac{3}{5}$$

2)-أ- احسب $E = \sqrt{4^2 + 3^2}$ و $F = \sqrt{2^2 * 12^3 * 3}$

ب- اكتب العددين G و H على الشكل $a\sqrt{2}$ **حيث** $a \in N$**:** $H = \sqrt{8} * \sqrt{50} * \sqrt{18}$

و $G = \sqrt{8} + \sqrt{50} + \sqrt{18}$

ج- بسط كتابة العددين I و J حيث : $J = \frac{2}{\sqrt{5}+1} + \frac{5}{-5+\sqrt{5}} + \frac{5}{4-\sqrt{5}}$

و $I = (\sqrt{2} + 3)(5\sqrt{2} - 1) + (3 - 14\sqrt{2})$

3)- ليكن a و b عددين حقيقيين بحيث : $\frac{a}{b} = 2$ **حيث b غير منعدم**

نضع : $K = 3a - 2b + \frac{5}{4}a^2 - b^2$

أ-احسب العدد K بدلالة a فقط.

ب-احسب قيمة العدد K من أجل $a = \frac{1}{2}$ **ثم من أجل** $a=1+\sqrt{2}$

1) الجمع و الطرح:

أ- الجمع: لكل a و b و c من IR لدينا:

- $a + b = b + a$ نقول أن **الجمع تبادلي** في المجموعة IR.
- $(a + b) + c = a + (b + c)$ نقول أن **الجمع تجميعي** في IR.
- $a + 0 = 0 + a = a$ نقول أن **0 هو العنصر المحايد للجمع** في IR.

- $-a+a=a+(-a)=0$ نقول أن $-a$ هو مقابل a.

ب-الطرح: لكل a و b من IR لدينا: $a-b=a+(-b)$

2) الضرب و القسمة:

أ) الضرب: لكل a و b و c من IR لدينا:

- $a\times b=b\times a$ نقول أن الضرب تبادلي في المجموعة IR.
- $(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$ نقول أن الضرب تجميعي في IR.
- $a\times 1=1\times a=a$ نقول أن 1 هو العنصر المحايد للضرب في IR.
- $\frac{1}{a}\times a=a\times\frac{1}{a}=1$ نقول أن $\frac{1}{a}$ هو مقلوب a.
- لكل عدد حقيقي غير منعدم a: $a(b+c)=ab+ac$ و $(b+c)a=ba+ca$ نقول أن الضرب توزيعي على الجمع في IR

ب) الخارج: ليكن a من IR و b من IR^*: $\frac{a}{b}=a*\frac{1}{b}$

3)- قواعد: لتكن لكل a و b و c و d من IR

- $a=b$ تكافئ $a+c=b+c$
- لتكن $c\neq 0$ لدينا: $a=b$ تكافئ $ac=bc$.
- اذا كان $a=b$ و $c=d$ فإن: $a+c=b+d.$
- اذا كان $a=b$ و $c=d$ فإن: $ac=bc$.
- $ab=0$ تكافئ $a=0$ أو $b=0$
- $ab\neq 0$ تكافئ $a\neq 0$ و $b\neq 0$

III. الجذور المربعة:

تعريف: ليكن x عدد حقيقي موجب $(x\in IR^+)$

العدد الحقيقي الموجب y الذي يحقق $y^2=x$ يسمى الجذر المربع للعدد الموجب x.

نرمز للجذر المربع للعدد x ب $\sqrt{x}$

$x\in IR^+$ ، $y=\sqrt{x}$ تكافئ $y\geq 0$ ، $x^2=y$

نتائج:

- $\sqrt{xy}=\sqrt{x}\times\sqrt{y}$
- $(\sqrt{x})^2=\sqrt{x^2}=x$
- $\sqrt{\frac{x}{y}}=\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}$ $(y\neq 0)$
- $\sqrt{x}=\sqrt{y}$ تكافئ $x=y$
- اذا كان x سالبا فإن: $\sqrt{x^2}=-x$

ملاحظة: لكل عدد حقيقي موجب a، المعادلة $x^2=a$ تقبل حلين مختلفين هما $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$

مثال: $(\sqrt{3})^2=(-\sqrt{3})^2=3$

IV. القوى:

1) تعريف: ليكن $a \in IR$ و $n \in IN^*$

$$\underbrace{a \times a \times a \times a \times \dots\dots\dots \times a \times a}_{\text{n مرة (عاملا)}} = a^{n}$$

و

$$a^{-n} = \frac{1}{a^{n}}$$

،

- ✓ العدد a^{n} يسمى قوى العدد a ذات الأس n.
- ✓ a يسمى أساس القوة a^{n} و n يسمى أس القوة n

لكل $a \in IR^*$: $a^{0} = 1$

2) نتائج: ليكن x و y من IR^* و لكل n و m من Z:

- $(x^{n})^{m} = x^{n\times m}$
- $x^{n} \times x^{m} = x^{n+m}$
- $\frac{x^{n}}{y^{n}} = (\frac{x}{y})^{n}$
- $\frac{x^{n}}{x^{m}} = x^{n-m}$
- $(xy)^{n} = x^{n} \times y^{n}$
- $x^{-n} = \frac{1}{x^{n}}$
- لكل عدد حقيقي موجب x: $\sqrt{x^{n}} = (\sqrt{x})^{n}$

ملاحظة: لكل x من IR: $x^{1} = x$

أمثلة:

$$(\frac{2}{3})^{4} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

$$(\frac{-2}{3})^{3} = -\frac{8}{27}$$

$$(\frac{2}{3})^{-3} = \frac{1}{(\frac{2}{3})^{3}} = (\frac{3}{2})^{3} = \frac{27}{8}$$

3) قوى العدد 10: ليكن n عددا صحيحا طبيعيا :

$$10^{n} = 1\underbrace{000 \dots\dots 0}_{\text{n صفر}}$$

$$10^{-n} = 0,\underbrace{00 \dots\dots 0}_{\text{n صفر}}1$$

أمثلة: $10^{11} = 100000000000$ $\qquad$ $10^{-5} = 0,00001$

4) الكتابة العلمية لعدد عشري:

خاصية (مقبولة) : كل عدد عشري b يكتب على الشكل $a.10^{p}$ حيث p عدد صحيح نسبي و a عدد عشري بحيث :

$1 \leq a < 10$ و $-10 < a \leq -1$

أمثلة:

- الكتابة العلمية للعدد 1740000 هي : $1,74 \times 10^{6}$
- الكتابة العلمية للعدد *0,000325* هي : $3,25 \times 10^{-4}$

V. المتطابقات الهامة- النشر و التعميل:

ليكن *a* و *b* من *IR* :

التعميل

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

النشر

النشر هو تحويل الجداء إلى المجموع.

التعميل هو تحويل المجموع إلى الجداء.

نهاية الدرس