1) أ– تحديد D_g :

ليكن x عنصرا من IR . لدينا :

$$g(x) \in IR \quad \Leftrightarrow \quad 1 - x \geq 0$$
$$\Leftrightarrow \quad x \leq 1$$

إذن : $D_g =]-\infty , 1]$

ب – اشتقاق g عند 1 :

لدراسة اشتقاق g عند النقطة 1 على اليسار نحسب النهاية:

$$\lim_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1}$$

ليكن $x < 1$ لدينا :

$$\frac{g(x) - g(1)}{x - 1} = \frac{\sqrt{1-x}\, e^{\frac{x}{2}} - 0}{x - 1}$$
$$= \frac{\sqrt{1-x}}{x-1} . e^{\frac{x}{2}}$$
$$= \frac{\sqrt{1-x}}{-(\sqrt{1-x})^2} e^{\frac{x}{2}}$$
$$= -\frac{e^{\frac{x}{2}}}{\sqrt{1-x}}$$

وبالتالي :

$$\lim_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1} = \lim_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} \frac{-e^{\frac{x}{2}}}{\sqrt{1-x}} = -\infty$$

إذن : g غير قابلة للاشتقاق عند 1 على اليسار .

التأويل الهندسي :

بما أن $\lim_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1} = -\infty$ فإن منحنى g يقبل نصف مماس مواز لمحور الأراتيب عند النقطة $(1 , 0)$.

2) أ– حساب النهاية عند $-\infty$:

لدينا : $e^{\frac{x}{2}} = e^{x.\frac{1}{2}} = (e^x)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{e^x}$

ومنه : $\sqrt{1-x}\ e^{\frac{x}{2}} = \sqrt{1-x}\ .\ \sqrt{e^x}$

$$= \sqrt{(1-x)\,e^x}$$

$$= \sqrt{e^x - x\,e^x}$$

وبالتالي : $\lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{1-x}\ e^{\frac{x}{2}} = \lim\limits_{x \to -\infty} \sqrt{e^x - x\,e^x} = 0$

(لأن $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} x\,e^x = 0$)

طبيعة الفرع اللانهائي :

لدينا : $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = 0$

إذن :(C) يقبل محور الأفاصيل كمستقيم مقارب بجوار $-\infty$.

ب – جدول تغيرات g :

• حساب $g'(x)$:

$$g'(x) = \left(\sqrt{1-x}\ e^{\frac{x}{2}}\right)' .$$

$$= (\sqrt{1-x})'\ .\ e^{\frac{x}{2}} + \sqrt{1-x}\ .\ \left(e^{\frac{x}{2}}\right)'$$

$$= \frac{-1}{2\sqrt{1-x}}\,e^{\frac{x}{2}} + \sqrt{1-x}\ .\ \frac{1}{2}\ .\ e^{\frac{x}{2}}$$

$$= \frac{-e^{\frac{x}{2}} + e^{\frac{x}{2}} - x\,e^{\frac{x}{2}}}{2\sqrt{1-x}}$$

$$= \frac{-x\,e^{\frac{x}{2}}}{2\sqrt{1-x}}$$

• إشارة $g'(x)$:

$$g'(x) = 0 \iff \frac{-x\,e^{\frac{x}{2}}}{\sqrt{1-x}} = 0$$

$$\iff x = 0$$

$$g'(x) > 0 \iff -x > 0$$

$$\iff x < 0$$

• جدول تغيرات g :

x	$-\infty$		0		1
$g'(x)$		$+$	0	$-$	‖
$g(x)$	0	↗	1	↘	0

$g(1) = 0$ و $g(0) = 1$

ج – إنشاء منحنى g :