

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي: $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \sqrt[3]{u_n^3 + \frac{1}{2^n}}$ لكل n من \mathbb{N} .

نضع: $V_n = u_{n+1}^3 - u_n^3$ لكل n من \mathbb{N}

(1) أ. بين أن $V_n = \frac{1}{2^n}$ لكل n من \mathbb{N}

ب. احسب بدلالة n المجموع: $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$ لكل $n \geq 1$.

(2) أ. بين أن $S_n = u_n^3 - 1$ لكل $n \geq 1$.

ب. استنتج u_n بدلالة n ($n \geq 1$) ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Achamel