I- نعتبر الدالة العددية h للمتغير الحقيقي x بحيث : $h(x) = 3x - 4x\sqrt{x} - \frac{1}{4}$

1- اعط جدول تغيرات الدالة h على $\mathbb{R}^+$.

2- استنتج أن : $h(x) \leq 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R}^+)$

II- لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي :

$$f(x) = (4x-1)\sqrt{x} - 4x^2 + \frac{1}{2}$$

(C) يرمز للمنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $R = (O, \vec{i}, \vec{j})$ الوحدة : 2 cm

1- ادرس قابلية اشتقاق الدالة f عند النقطة $x_0 = 0$ على اليمين واعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها .

2- أ-) بين أن : $f'(x) = \frac{2h(x)}{\sqrt{x}} \quad (\forall x \in \mathbb{R}^{*+})$

ب-) اعط جدول تغيرات f (لحساب نهاية الدالة f عندما يؤول x إلى $+\infty$ يمكنك استعمال المتساوية : $f(x) = x^2\left(\frac{4}{\sqrt{x}} - \frac{1}{x\sqrt{x}} - 4 + \frac{1}{2x^2}\right)$ لكل x من $\mathbb{R}^{*+}$) .

ج-) ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) .

3- ليكن g قصور الدالة f على المجال $I = \left[\frac{1}{4}, +\infty\right[$.

أ-) بين أن g تقابل من المجال I نحو مجال J يتم تحديده .

ب-) استنتج أن المعادلة $g(x) = 0$ $x \in I$ تقبل حلا وحيدا α ثم تحقق من أن $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{3}{4}$

4- انشىء في نفس المعلم R المنحنى (C) الممثل للدالة f والمنحنى (Γ) الممثل للدالة العكسية g^{-1} للدالة g (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة أفصولها $\frac{1}{4}$) .