1- إحداثيات A' و B' و C'

بما أن A' هي منتصف $[SA]$

فإن مثلوث إحداثيات A' هو $(\frac{-3+1}{2},\frac{-2+0}{2},\frac{1+0}{2})$ أي $(-1,-1,\frac{1}{2})$

وبالمثل نجد أن مثلوث إحداثيات B' هو $(\frac{-3}{2},-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$

وأن مثلوث إحداثيات C' هو $(-\frac{1}{2},0,1)$

2- لنبين أن A' و B' و C' غير مستقيمية

مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{A'B'}$ هو $(-\frac{1}{2},\frac{1}{2},0)$

ومثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{A'C'}$ هو $(\frac{1}{2},1,\frac{1}{2})$

وبما أن المحددة $\begin{vmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{vmatrix}$ غير منعدمة

فإن المتجهتين $\overrightarrow{A'B'}$ و $\overrightarrow{A'C'}$ غير مستقيميتين

وبالتالي فإن النقط A' و B' و C' غير مستقيمية

3 – تحديد معادلة للمستوى (P)

لتكن $M(x,y,y)$ نقطة من الفضاء

لدينا : $M \in (P) \Leftrightarrow \det\left(\overrightarrow{A'M},\overrightarrow{A'B'},\overrightarrow{A'C'}\right)=0$

$$\begin{vmatrix} x+1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ y+1 & \frac{1}{2} & 1 \\ z-\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{vmatrix}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}(x+1)+\frac{1}{4}(y+1)-\frac{3}{4}\left(z-\frac{1}{2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow x+1+y+1-3\left(z-\frac{1}{2}\right)=0$$

$$\Leftrightarrow x+y-3z+\frac{7}{2}=0$$

إذن معادلة ديكارتية للمستوى (P) هي : $x+y-3z+\frac{7}{2}=0$

ملاحظة : يمكن الإجابة على السؤال بالتحقق من كون إحداثيات A' و B' و C' تحقق المعادلة المقترحة

4 – تمثيل بارامتري للمستوى (Q)

المستوى (Q) يمر من النقطة $A(1,0,0)$ وموجه بالمتجهتين $\overrightarrow{AB}(-1,1,0)$ و $\overrightarrow{BC}(2,1,1)$

إذن تمثيل باترامتري له هو : $(\alpha,\beta)\in\mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x=1-\alpha+2\beta \\ y=\alpha+\beta \\ z=\beta \end{cases}$

5 - لنبين أن (P) و (Q) متوازيان قطعا .

معادلة ديكارتية للمستوى (P) هي : $x+y-3z+\frac{7}{2}=0$

وتمثيل بارامتري للمستوى (Q) هو : $(\alpha,\beta)\in\mathbb{R}^2$ $\begin{cases} x=1-\alpha+2\beta \\ y=\alpha+\beta \\ z=\beta \end{cases}$

المعادلة : $(1-\alpha+2\beta)+(\alpha+\beta)-3\beta+\frac{7}{2}=0$

تكافئ : $\frac{9}{2}=0$

وهذا غير ممكن

إذن (p) و (Q) لا يشتركان في أية نقطة

وهذا يعني أنهما متوازيان قطعا

6 – لنبين أن منتصف $[SM]$ ينتمي إلى (P) لتكن $M(x,y,z)$ نقطة من المستوى (Q)

إذن يوجد عددان حقيقيان α و β بحيث : $\begin{cases} x=1-\alpha+2\beta \\ y=\alpha+\beta \\ z=\beta \end{cases}$

وبالتالي فإن مثلوث إحداثيات منتصف $[SM]$ هو :

$$\left(\frac{1-\alpha+2\beta-3}{2};\frac{\alpha+\beta-2}{2};\frac{\beta+1}{2}\right)$$

$$\left(-1-\frac{\alpha}{2}+\beta;\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}-1;\frac{\beta}{2}+\frac{1}{2}\right)$$

وهذه الإحداثيات تحقق بالفعل معادلة (P) لأن :

$$\left(-1-\frac{\alpha}{2}+\beta\right)+\left(\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}-1\right)-3\left(\frac{\beta}{2}+\frac{1}{2}\right)+\frac{7}{2}$$
$$=-1-\frac{\alpha}{2}+\beta+\frac{\alpha}{2}+\frac{\beta}{2}-1-\frac{3}{2}\beta-\frac{3}{2}+\frac{7}{2}$$
$$=0$$

إذن منتصف $[SM]$ ينتمي بالفعل إلى المستوى (P)